

К СВОЙСТВАМ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО-ИНТЕГРАЛЬНОГО ЯДРА, ЗАВИСЯЩЕГО ОТ РАЗНОСТИ АРГУМЕНТОВ

Ю.А. Быкадоров, О.Г. Медведева

Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка,

Советская 18, 220050 Минск, Беларусь

yby@bspu.unibel.by, olga_medvedeva@tut.by

Рассматриваются свойства дифференциально-интегрального вольтеррова [1] оператора **K** с ядром, которое зависит от разности аргументов

$$(\mathbf{K}y)(t) = \frac{d}{dt} \int_a^t K(t-s)y(s)ds, \quad t \in [a, b], \quad (1)$$

причем оператор непрерывно действует в пространстве L_p^n функций $y : [a, b] \rightarrow R^n$, а матрица-функция $K(t)$, заданная на отрезке $[a-b, b-a]$, является функцией ограниченной вариации, $K(t) = 0$ при $t < 0$.

Теорема 1. Дифференциально-интегральное ядро оператора, равного второй степени оператора (1), зависит от разности аргументов.

Из доказательства теоремы следует, что выражение для функции $K_2(t)$, образующей дифференциально-интегральное ядро оператора $(K_2y)(t) = (K(Ky))(t)$, задается формулой

$$K_2(t) = \frac{d}{dt} \int_0^t K(t-u)K(u)du, \quad t \in [0, b-a],$$

или

$$K_2(t) = (K(K(\cdot)))(t), \quad t \in [0, b-a].$$

Как следствие, все степени оператора (1) имеют дифференциально-интегральные ядра, зависящие от разности аргументов.

Следствие 1. Функция Грина краевой задачи с дифференциально-интегральным ядром, зависящим от разности аргументов:

$$(Lx)(t) \equiv \frac{d}{dt} \int_0^t K(t-s)\dot{x}(s)ds + A(t)x(a) = f(t),$$

$$lx \equiv \int_a^b \Phi(s)\dot{x}(s)ds + \Psi x(a) = \alpha,$$

зависит от разности аргументов ($A(t)$ — $n \times n$ -матричная функция, которая имеет столбцами элементы из L_p^n , $x \in D_p^n$, $\dot{x} \in L_p^n$, $\Phi(s)$ — $m \times n$ -матричная функция со столбцами-элементами из L_q^n , причем $1/p + 1/q = 1$; Ψ — постоянная $m \times n$ -матрица, α — произвольный n -вектор).

Литература

1. Азбелев Н.В., Максимов В.П., Рахматуллина Л.Ф. Введение в теорию функционально-дифференциальных уравнений. М.: Наука, 1991.