КОНСТАНТЫ В ПРИБЛИЖЕНИИ ФУНКЦИИ $|x|$ ИНТЕРПОЛЯЦИОННЫМИ РАЦИОНАЛЬНЫМИ ПРОЦЕССАМИ

Е.Г. Микулич [1], **Е.А. Ровба** [2]

У.О. "Гродненский государственный университет им. Янки Купалы",

230023 Гродно, Беларусь

jane1806@rambler.ru6 rovba@grsu.by

В работе [1] исследуется интерполяционный рациональный процесс для функции $|x|$ на отрезке $[-1, 1]$ по узлам Чебышева — Маркова.

Пусть $m_{2n}(x)$ — рациональная дробь Чебышева — Маркова с полюсами в точках $1/a_1, 1/a_2, \ldots, 1/a_n$ которые удовлетворяют следующим условиям:

1) числа $a_1, a_2, \ldots, a_n$ либо вещественные и $|a_k| < 1$ для всех $k = 1, 2 \ldots, n$, либо попарно комплексно-сопряжены;

2) точки $a_1, a_2, \ldots, a_n$ симметричны относительно мнимой оси.

Рассмотрим интерполяционную функцию Лагранжа с узлами в нулях дроби m_n

$$L_{2n}(x) = \sum_{k=1}^{2n} |x_k| \frac{x m_{2n}(x)}{(x - x_k)(x m_{2n}(x))'_{x=x_k}}, \quad m_{2n}(x_k) = 0, \quad k = 1, \ldots, 2n.$$

Пусть A_{2n} есть множество точек $a = (a_1, a_2, \ldots, a_n)$, где числа a_k, $k = \overline{1, 2n}$, удовлетворяют указанным условиям. Тогда полагаем

$$\epsilon_{2n}(x,a) = |x| - L_{2n}(x,a), \quad \epsilon_{2n}(a) = ||\epsilon_{2n}(x,a)||_{C[-1,1]}, \quad \epsilon_{2n} = \inf_{a \in A_{2n}} \epsilon_{2n}(a).$$

Если q — произвольное число, $0 \leqslant q < n$ и $A_{2n,2q}$ есть множество точек из A_{2n}, удовлетворяющих условию, что среди чисел $a_1, a_3, \ldots, a_{2n-1}$ не более q различных, отличных от нуля, и кратность каждой точки не меньше $[\frac{n}{q+1}]$, $a_{2k} = \overline{a_{2k-1}}, k = \overline{1, n}$, то

$$\epsilon_{2n,2q} = \inf_{a \in A_{2n,2q}} \epsilon_{2n}(a).$$

В работе [1] показано, что $\epsilon_{2n,2q} \sim \frac{\ln^{2q} n}{n^{2q+1}}$, в данной работе нам интересна точная константа в этой асимптотической формуле. Основной результат, где мы находим точную константу в случае $q = 1$ содержится в следующей теореме:

Теорема 1. *Для* $q = 1$ $\epsilon_{2n,2q} = \frac{1}{8} \frac{\ln^2 n}{n^3} + o(\frac{\ln^2 n}{n^3})$ *при* $n \to \infty$.

Аналогичные результаты могут быть распространены на случай с произвольным числом q геометрически различных полюсов приближающих функций, а именно можно показать, что справедлива

Теорема 2. $\epsilon_{2n,2q} = \frac{q}{2^{2q+1}} [q!]^2 \frac{\ln^{2q} n}{n^{2q+1}} + o(\frac{\ln^{2q} n}{n^{2q+1}})$ *при* $n \to \infty$, $q \geqslant 1$.

Литература

1. *Ровба Е.А.* О рациональной интерполяции функции $|x|$ // Весці АН БССР. Сер. фіз.-мат. навук. 1989. № 5. С. 39–46.