

ДЕФОРМИРОВАНИЕ КРУГОВЫХ ТРЕХСЛОЙНЫХ ПЛАСТИН С ЖЕСТКИМ ЗАПОЛНИТЕЛЕМ НА УПРУГОМ ОСНОВАНИИ

А.В. Яровая

Белорусский государственный университет транспорта

Кирова 34, 246653 Гомель, Беларусь

anpyar@nosta.by

Введение. Трехслойные элементы конструкций состоят из двух тонких несущих слоев и сравнительно толстого заполнителя. Если материал заполнителя достаточно жесткий, то необходимо учитывать работу касательных напряжений в тангенциальном направлении. Это приводит к усложнению системы дифференциальных уравнений равновесия по сравнению с моделью легкого заполнителя и необходимости разрабатывать новые итерационные методы решения.

Постановка задачи. Рассматривается несимметричная по толщине круглая трехслойная пластина с жестким заполнителем под действием распределенной поверхностной нагрузки $q(r)$, лежащая на упругом основании Винклера. Постановка и решение задачи проводится в цилиндрической системе координат r, ϕ, z . Считается, что материалы несущих слоев пластины могут проявлять упругопластические свойства. Заполнитель ведет себя нелинейно упруго. Для описания нелинейных свойств материалов используются соотношения теории малых упругопластических деформаций Ильюшина.

С помощью вариационного принципа Лагранжа получена система нелинейных дифференциальных уравнений равновесия в перемещениях:

$$\begin{aligned} L_2(a_1 u + a_2 \psi - a_3 w_{,r}) &= p_\omega, & L_2(a_2 u + a_4 \psi - a_5 w_{,r}) - 2cG_3 \psi &= h_\omega, \\ L_3(a_3 u + a_5 \psi - a_6 w_{,r}) - \kappa_0 w &= -q_0 + q_\omega. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь $w(r)$ — прогиб, $\psi(r)$ — относительный сдвиг в заполнителе, $u(r)$ — радиальное перемещение срединной плоскости заполнителя, κ_0 — коэффициент постели. В правой части уравнений собраны нелинейные составляющие с индексом „ ω “, учитывающие нелинейные свойства материалов слоев.

Методы решения. Для исследования системы (1) применяются комбинации итерационных методов. *Первый итерационный метод* основан на приближении к упругому решению по жесткости основания, а затем для упругопластической задачи используется *метод упругих решений*. В этом случае слагаемое $\kappa_0 w$ включается в нелинейные добавки с индексом „ ω “, которые на первом шаге полагаются равными нулю, а в дальнейшем вычисляются по результатам предыдущего приближения. Таким образом, на каждом шаге решается линейная задача с известными дополнительными „внешними“ нагрузками. На первом шаге это задача об изгибе упругой круговой трехслойной пластины с жестким заполнителем, не связанной с упругим основанием [1]. *Второй итерационный метод* основан на приближении к искомому решению по жесткости заполнителя, а затем для упругопластической задачи используется *метод упругих решений*. В этом случае слагаемое $2cG_3 \psi$ из второго уравнения системы (1) включается в нелинейные добавки. На каждом шаге приближения решается линейная задача для круговой трехслойной пластины с легким заполнителем на упругом основании [2].

Аналитические решения. С помощью двух указанных модификаций итерационных методов получены аналитические решения в итерациях, причем первое справедливо для пластины на основании малой и средней жесткости, второе — средней и высокой жесткости. Константы интегрирования выписаны для трех видов граничных условий.

Параметрический анализ решений. Численное исследование проведено для пакета Д16Т-ПТФЭ-Д16Т. Все необходимые функции и параметры материалов взяты из [1]. Про-

веден численный параметрический анализ перемещений, напряжений и деформаций в зависимости от граничных условий, геометрических параметров несущих слоев и заполнителя, особенностей деформирования материалов, жесткости упругого основания, интенсивности нагрузки.

Работа выполнена при финансовой поддержке БРФФИ (проект Ф07М-039).

Литература

1. *Старовойтов, Э.И.* Вязкоупругопластические слоистые пластины и оболочки/ Э.И. Старовойтов. — Гомель: БелГУТ, 2002. - 344 с.
2. *Яровая, А.В.* Круговая трехслойная пластина на упругом основании. Часть 1. Легкий заполнитель / А.В. Яровая // Материалы, технологии, инструменты. 2005. Т. 10, № 3. — С. 5-9.