

МЕТОДЫ ГОМОГЕНИЗАЦИИ И ДИСКРЕТИЗАЦИИ В ВОЛНОВОЙ ДИНАМИКЕ НЕОДНОРОДНЫХ СРЕД

А.В. Чигарев, Ю.В. Чигарев, Д.Н. Миронов

БНТУ, пр-т Независимости 65, 220027, Минск, Беларусь
teormech@mail.ru

Волновой перенос энергии в неоднородных средах проявляется в большом количестве разнообразных эффектов, обусловленных рассеянием, отражением, прохождением, дифракцией, дисперсией волн.

Математические сложности решения проблемы связаны с тем, что распространение волн в неоднородных средах описывается дифференциальными уравнениями в частных производных с коэффициентами, зависящими от пространственных координат. Решение уравнений такого типа в аналитическом виде даже в одномерном случае можно получить только для некоторых специальных типов распределения неоднородности, поэтому основное значение здесь имеют асимптотические методы. В той или иной степени в основе методов лежит использование параметров, характеризующих соотношение масштабов неоднородностей и длин волн.

Методы гомогенизации (осреднения) используются для описания процессов волн, длина которых значительно больше пространственного масштаба неоднородности. В рамках метода удается описать эффекты, обусловленные большим количеством неоднородностей, которые проходит волна при своем распространении. Основные эффекты обусловлены дисперсией волн вследствие пространственной дисперсии среды и выражаются в затухании, дисперсии скорости, фильтрации. Существуют методы осреднения, основанные на осреднении по объему и методы, основанные на осреднении по реализациям. При некоторых достаточно жестких условиях эргодичности методы дают близкие результаты.

Методы дискретизации базируются на представлениях о том, что движение волнового пакета можно описать приближенно как движение некоторой поверхности — фронта волны, на которой изменение напряжений, деформаций, скоростей или их производных может происходить достаточно резко (скачком). В этом случае, если масштаб (длина) волны значительно меньше масштаба неоднородности то возможно применение асимптотических методов в форме разрывных решений или в форме лучевых рядов. Волновое поле в этом случае строится вдоль линий тока энергии, параллельных вектору Умова-Пойнтинга, и в окрестности фронта волны можно получить оценку волнового поля. Уравнения, описывающие траектории лучей в неоднородных средах являются существенно нелинейными, вследствие чего, траектория луча даже вдоль волновода может становиться неустойчивой. При определенных, достаточно общих условиях, траектория становится хаотической. Рассмотрены некоторые модели неоднородности среды, для которых имеет место детерминированный хаос.