НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРУЕМОЕ СОСТОЯНИЕ ТРЕХСЛОЙНОЙ ПЛАСТИНЫ, СВЯЗАННОЙ С УПРУГИМ ОСНОВАНИЕМ

Д.В. Тарлаковский[1], **Е.П. Доровская**[2]

[1] Московский государственный авиационный институт МО РФ, Москва

[2] Белорусский государственный университет транспорта, Кирова 34, 246653 Гомель, Беларусь
DKatay@tut.by

Введение. Линейное деформирование трехслойных элементов конструкций при силовых нагрузках исследовано в настоящее время достаточно хорошо. Однако мало изучено поведение прямоугольных трехслойных пластин, взаимодействующих с упругим основанием.

Постановка задачи. Несимметричная по толщине упругая трехслойная прямоугольная пластина с жестким заполнителем покоится на упругом основании. В несущих слоях справедливы гипотезы Кирхгофа, в несжимаемом по толщине заполнителе нормаль остается прямолинейной, не изменяет своей длины, но поворачивается на некоторый дополнительный угол, составляющий с координатными осями величины $\psi_x(x,y)$, $\psi_y(x,y)$. Деформации считаем малыми. Реакция основания q_r соответствует модели Винклера

$$q_r = -\kappa w, \tag{1}$$

где κ — коэффициент жесткости основания; w — прогиб пластины; знак минус указывает на то, что реакция направлена в сторону, противоположную прогибу.

Система координат (x, y, z) связывается со срединной плоскостью заполнителя. На пластину действуют внешние распределенные поверхностные нагрузки $q(x, y)$, $p_x(x, y)$, $p_y(x, y)$ и реакция основания (1). Через $w(x, y)$ и $u(x, y)$, $u_y(x, y)$ обозначены прогиб и продольные перемещения срединной поверхности заполнителя. На контуре пластины предполагается наличие жесткой диафрагмы, препятствующей относительному сдвигу слоев.

Система из пяти линейных дифференциальных уравнений в частных производных относительно искомых перемещений выводится из вариационного принципа Лагранжа и используя гипотезу Винклера:

$$a_1(u_{x,xx} + u_{y,yx}) + a_2(\psi_{x,xx} + \psi_{y,yx}) - a_3(w_{,xxx} + w_{,yyx}) + a_8 u_{x,yy} + a_9 \psi_{x,yy} = -p_x,$$

$$a_1(u_{y,yy} + u_{x,xy}) + a_2(\psi_{y,yy} + \psi_{x,xy}) - a_3(w_{,yyy} + w_{,xxy}) + a_{8y,xx} + a_9 \psi_{y,xx} = -p_y,$$

$$a_2(u_{x,xx} + u_{x,yx}) + a_4(\psi_{x,xx} + \psi_{x,xx}) - a_5(w_{,xxx} + w_{,xxx}) + a_9 u_{x,yy} + a_{10} \psi_{x,xx} - a_7 \psi_x = 0,$$

$$a_2(u_{y,xx} + u_{x,xy}) + a_4(\psi_{y,yy} + \psi_{x,xx}) - a_5(w_{,yyy} + w_{,xxy}) + a_9 u_{y,xx} + a_{10} \psi_{y,xx} - a_7 \psi_y = 0,$$

$$a_3(u_{x,xxx} + u_{x,yxx} + u_{x,xyy} + u_{x,yyy}) + a_5(\psi_{x,xxx} + \psi_{x,xxx} + \psi_{x,xxx} + \psi_{x,yyy}) -$$

$$-a_6(w_{,xxxx} + w_{,yyyy} + 2w_{,xxyy}) + \kappa w = -q. \tag{2}$$

Здесь a_i $(i = 1, \ldots, 10)$ — коэффициенты, выражающиеся через объемный K_k и сдвиговой G_k модули упругости материалов, и геометрические параметры слоев пластины.

Принимаем граничные условия, соответствующие свободному опиранию пластины по кромкам на неподвижные в пространстве жесткие опоры.

После подстановки перемещений и нагрузки в уравнения (2) получим систему линейных алгебраических уравнений для определения искомых амплитуд перемещений.

Численный счет производился для трехслойной пластины, пакет которой составлен из материалов Д16Т — фторопласт — Д16Т, механические характеристики которых приведены в [1].

Литература

1. *Горшков А. Г., Старовойтов Э. И., Яровая* А. В. Механика слоистых вязкоупругопластических элементов конструкций. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. 576 с.