ДЕФОРМИРОВАНИЕ ТРЕХСЛОЙНЫХ ОРТОТРОПНЫХ ПЛАСТИН ПОД ДЕЙСТВИЕМ ЛОКАЛЬНЫХ НАГРУЗОК

Э. И. Старовойтов, И. И. Протуро

[1] Белорусский государственный университет транспорта

ул. Кирова, 34, 246653, Гомель, Беларусь

edstar@mail.by, aaalpha@mail.ru

Введение. В последнее время значительное распространение в технике и строительстве получили трехслойные элементы конструкций, которые состоят из двух несущих слоев и заполнителя, обеспечивающего их совместную работу. В условиях деформации изгиба подобные системы оказываются наиболее рациональными, т. е. близкими оптимальным с точки зрения обеспечения минимума весовых показателей при заданных ограничениях на прочность и жесткость. Статическое и динамическое деформирование трехслойных элементов конструкций исследовано в основном в случае изотропных материалов слоев.

Постановка и решение задачи. Постановка задачи о деформировании прямоугольной трехслойной ортотропной пластины проводится в прямоугольной системе координат x, y, z, связанной со срединной плоскостью заполнителя. Для описания кинематики пакета приняты гипотезы ломаной нормали: в несущих слоях справедливы гипотезы Кирхгофа, в несжимаемом по толщине заполнителе нормаль остается прямолинейной, не изменяет своей длины, но поворачивается на некоторый дополнительный угол, составляющий с координатными осями x, y величины $\psi_x(x,y)$ и $\psi_y(x,y)$ соответственно. На контуре пластины предполагается наличие жесткой диафрагмы, препятствующей относительному сдвигу слоев. Деформации малые. Пластина шарнирно оперта по контуру. На нее действует внешняя распределенная поверхностная нагрузка, проекции которой на координатные оси: $p_x(x,y)$, $p_y(x,y)$, $q(x,y)$.

Через $w(x,y)$, $u_x(x,y)$ и $u_y(x,y)$ обозначены прогиб и продольные перемещения средней плоскости заполнителя вдоль соответствующих координатных осей.

Система дифференциальных уравнений равновесия следует из принятых геометрических гипотез, принципа возможных перемещений Лагранжа и закона Гука для ортотропного тела:

$$a_1 u_{x,yy} + a_2 u_{y,xy} + a_3 u_{x,xx} + a_4 \psi_{x,yy} + a_5 \psi_{y,xy} + a_6 \psi_{x,xx} - a_7 w_{,xxx} - a_8 w_{,xyy} + p_x = 0;$$

$$a_1 u_{y,xx} + a_9 u_{x,xy} + a_{10} u_{y,yy} + a_4 \psi_{y,xx} + a_{11} \psi_{x,xy} + a_{12} \psi_{y,yy} - a_{13} w_{,yyy} - a_{14} w_{,xyy} + p_y = 0;$$

$$a_7 u_{x,xxx} + a_{13} u_{y,yyy} + a_{15} u_{x,xyy} + a_{16} u_{y,xxy} + a_{17} \psi_{x,xxx} +$$

$$+ a_{18} \psi_{y,yyy} + a_{19} \psi_{x,xyy} + a_{20} \psi_{y,xxy} - a_{21} w_{,xxxx} - a_{22} w_{,yyyy} - a_{23} w_{,xxyy} + q = 0.$$

$$a_6 u_{x,xx} + a_5 u_{y,xy} + a_4 u_{x,yy} + a_{24} \psi_{x,xx} + a_{25} \psi_{y,xy} + a_{30} \psi_{x,yy} - a_{26} w_{,xyy} - a_{27} w_{,xxx} - G_{xz}^{(3)} c \psi_x = 0;$$

$$a_{12} u_{y,yy} + a_{11} u_{x,xy} + a_4 u_{y,xx} + a_{28} \psi_{y,yy} + a_{29} \psi_{x,xy} + a_{30} \psi_{y,xx} - a_{31} w_{,yxx} - a_{32} w_{,yyy} - G_{yz}^{(3)} c \psi_y = 0, \quad (1)$$

где коэффициенты a_i выражаются через геометрические и упругие характеристики материалов слоев, запятая в нижнем индексе обозначает операцию дифференцирования по следующей за ней координате.

Решение полученной системы уравнений (1) находится в двойных тригонометрических рядах. В случае действия локальной распределенной нагрузки, ее можно представить с помощью функции Хевисайда $H(x)$:

$$q(x,y) = q_0 \left(H_0(x_2 - x) - H_0(x_1 - x)\right) \cdot \left(H_0(y_2 - y) - H_0(y_1 - y)\right).$$

Если приложены сосредоточенная сила или изгибающий момент, то их можно представить с помощью функций Дирака. Методика получения решения системы (1) останется прежней.

Численные результаты. Числовая апробация полученных аналитических решений при действии указанных локальных нагрузок проведена в поле MathCAD. Результаты представлены в виде сравнительных графиков, отражающих зависимость параметров НДС от геометрических и прочностных характеристик материалов слоев, вида и величины нагрузки.