

# ОБ ИДЕНТИФИКАЦИИ ФРАКТАЛЬНОСТИ ПОВЕРХНОСТИ ТВЕРДОГО ТЕЛА С ПОМОЩЬЮ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ РЯДОВ

А.С. Кравчук<sup>1</sup>, А.И. Кравчук<sup>1</sup>, З. Рымуза<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Белгосуниверситет, механико-математический факультет Независимости 4, 220050 Минск, Беларусь  
*kanzhelika@inbox.ru*

<sup>2</sup> Warsaw University of Technology, Institute of Micromechanics and Photonics  
Sw. A.Boboli 8, 02-525 Warszawa, Poland  
*z.rymuz@mchtr.pw.edu.pl*

В настоящее время идея фрактальности [1] широко применяется в исследованиях механики и физики шероховатой поверхности [2], [3]. Основной теоретической базой для исследований подобного рода являются: БПФ (быстрое преобразование Фурье), теоремы Лоренца о достаточных условиях принадлежности функции, представленной в виде ряда Фурье [4], классу функций  $\text{Lip } \alpha$  ( $0 < \alpha < 1$ ). В исследованиях физики шероховатой поверхности сложилась следующая практика применения указанных теоретических результатов: изменяется последовательность высот и далее, с помощью БПФ, вычисляется конечное число коэффициентов Фурье, по значению которых делается заключение о значении параметра  $\alpha$  ( $0 < \alpha < 1$ ) [4].

Целью данной работы явилось изучение математической достоверности выводов, сделанных по результатам измерений. Вопросы, связанные с достоверностью вычислений спектра с помощью БПФ, в данной работе не рассматривались. В ходе проведения исследований

установлено, что значение параметра  $\alpha$  по конечному отрезку ряда не может быть достоверно установлено. Это обусловлено тем, что в теоремах Лоренца параметр  $\alpha$  используется для асимптотической оценки поведения коэффициентов, кроме того, эта оценка должна быть верна для бесконечного числа членов ряда [4], что не возможно определить экспериментально. Поэтому какие-либо заключения о величине  $\alpha$  ( $0 < \alpha < 1$ ) и соответственно принадлежности функции распределения высот шероховатости поверхности классу  $\text{Lip } \alpha$  ( $0 < \alpha < 1$ ) являются только гипотезой. Кроме того, установлено, что существуют функции класса  $\text{Lip } \alpha$  ( $0 < \alpha < 1$ ), которые не являются фрактальными [5] (рекурсивными, воспроизводящими подобную геометрическую структуру на меньшем масштабном отрезке).

Таким образом, теоремы Лоренца [4] и вычисление спектра шероховатых поверхностей с помощью БПФ не являются достоверной математической базой, для определения фрактальных свойств шероховатости. В связи с этим предложена методика идентификации фрактальности шероховатой поверхности по результатам измерений, основанная на проверке геометрического подобия аддитивных компонент по результатам измерений и вычислений спектра и установлении на этой основе коэффициента фрактальности (подобия). Установлено, что структура приближения фрактальной функции с помощью отрезка ряда Фурье должна иметь структуру аналогичную лакунарному ряду. Однако следует отметить, что и в этом случае экстраполяция вычисленного значения коэффициента фрактальности на бесконечное число аддитивных компонент также является лишь гипотезой.

### Литература

1. Мандельброт Б. Фрактальная геометрия природы. М.: Институт компьютерных исследований, 2002.
2. Greenwood J.A., Wu J.J. Surface Roughness and Contact: An Apology // Meccanica. 2001. N 36. P. 617-630.
3. Persson B.N.J. Elastoplastic Contact Between Randomly Rough Surfaces // Physical Review Letters. 2001. V. 87. N 11. (116101-1)-(116101-4).
4. Бари Н.К. Тригонометрические ряды. М.: Физматлит, 1961.
5. Зигмунт А. Тригонометрические ряды. Вильно, 1938.