

ТРЕХМЕРНОЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КОНВЕКЦИИ РЕЛЕЯ — БЕНАРА В ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ОБЛАСТИ

В.В. Колмычков, О.С. Мажорова, Ю.П. Попов

Институт Прикладной Математики им. М.В. Келдыша РАН,
Миусская площадь 4, 125047, Москва, Россия
ksv@keldysh.ru

В докладе содержатся результаты численного исследования устойчивости двумерных валов в конвекции Релея — Бенара. Рассматривается прямоугольная область с жесткими границами с отношением сторон порядка $15 : 15 : 1$. Процесс описывается трехмерными нестационарными уравнениями Навье — Стокса и уравнением теплопереноса, используется приближение Буссинеска. В начальный момент времени в плоскости $z = 0.5$ в вертикальный линейный профиль температуры вносится возмущение вида $0.02 \cos(k_0 x)$, где k_0 — начальное волновое число. Целью работы является анализ структуры течения и ее эволюции во времени при различных значениях числа Рэлея (Ra) в зависимости от k_0 .

Для решения задачи используется разностная схема, построенная на разнесенных сетках с помощью интегро-интерполяционного метода. Пространственная аппроксимация конвективных членов не вносит вклад в баланс кинетической и тепловой энергии. Уравнения Навье — Стокса и теплопереноса решаются последовательно на каждом временном слое. Для нахождения скоростей используется метод предиктор — корректор [1]. Схема является неявной, имеет второй порядок аппроксимации по пространству и первый по времени.

Расчеты проводились в диапазоне параметров $1.7 \cdot 10^3 < Ra < 1.1 \cdot 10^4$, $Pr = 0.71; 1$, $0.5 < k_0 < 5.5$. Потеря устойчивости состояния покоя в расчетах наблюдалась при значении числа Рэлея $Ra \approx 1750$, что близко к критическому значению, предсказываемому теорией $Ra_{cr} = 1708$. Течение при этом имело валиковую структуру с волновым числом $k \approx k_{cr} = 3.117$, где k_{cr} — волновое число соответствующее Ra_{cr} .

При $Ra > 1750$, амплитуда начальных возмущений с k_0 близким к k_{cr} однородно растет во всей области. Если же k_0 сильно отличается от k_{cr} , возле вертикальных границ формируются конвективные структуры с новой длиной волны $\tilde{k}$, которые набирают энергию быстрее первоначального возмущения и начинают распространяться внутрь области. Образующиеся в результате течения имеют валиковую структуру, и в свою очередь, в зависимости от значения числа Рэлея и волнового числа, могут оказаться неустойчивыми. Дальнейшая перестройка течения может иметь как трехмерный, так и двумерный характер.

Для значения $Ra = 9000$, $Pr = 0.71$, $k = 1.5$ в расчетах зафиксирована устойчивая колебательная конвекция. Период колебаний и длина волны близки к экспериментальным данным [2]. Проводится анализ среднего дрейфа и траекторий движения частиц.

Результаты расчетов находятся в хорошем согласии с теоретическими данными по устойчивости бесконечного горизонтального слоя жидкости Буссэ и соавторов (так называемый

баллон Буссэ) [3] и с экспериментальными данными. Наблюдаемые структуры течений сохраняются при измельчении сетки по пространству и времени.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, грант 060-01-00182

Литература

1. Колмычков В.В., Мажорова О.С., Попов Ю.П. Анализ алгоритмов решения трехмерных уравнений Навье — Стокса в естественных переменных // Дифференциальные уравнения. 2006. Т. 42, № 7. С. 932–942.
2. G.E. Willis, Y.W. Deardorf // Journal of Fluid Mechanics. 1970. V. 44. P. 4.
3. F.H. Busse, R.M. Clever Instabilities of convection rolls in a fluid of moderate Prandtl number // Journal of Fluid Mechanics. 1979. V. 91, N 2. P. 319–335.