ПОСТРОЕНИЕ И ОЦЕНКИ КВАЗИИНТЕГРАЛОВ ЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ СИСТЕМ С КОСОСИММЕТРИЧЕСКОЙ МАТРИЦЕЙ КОЭФФИЦИЕНТОВ

Н. А. Изобов[1], **С. Е. Карпович**[2], **Л. Г. Красневский**[3], **А. В. Липницкий**[1]

[1] Институт математики НАН Беларуси, Сурганова 11, 220072 Минск, Беларусь
demenchuk@im.bas-net.by

[2] Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, П.Бровки 6, 220013 Минск, Беларусь
mmts@im.bsuir.by

[3] Объединенный институт машиностроения НАН Беларуси, Академическая 12, 220072 Минск, Беларусь
adashek@mail.ru

В [1–3] рассмотрена при $m = 3, 4$ система

$$\dot{x} = A(t)x, \quad x \in \mathbb{R}^m, \quad t \geqslant 0 \tag{1_A}$$

с кососимметрической матрицей $A(\cdot)$, построены ее квазиинтегралы, определяемые через собственные векторы матрицы A, и получены эффективные оценки их отклонений от соответствующих интегралов в стационарном случае. Такие оценки позволяют указать точные границы области на сфере, содержащей на немалом промежутке времени траекторию движения механического объекта, описываемого кинематическими уравнениями механики твердого тела.

Настоящая работа содержит обобщение полученных в [2] для четырехмерного случая оценок квазиинтегралов системы (1_A) с кососимметрической матрицей коэффициентов на случай произвольной четной размерности. Эти оценки применимы при разложении изучаемого многомерного движения механического объекта на многокомпонентные составляющие меньшей размерности.

Для любой кососимметрической матрицы $A(t)$, ее собственного значения $i\omega(t)$ и отвечающего ему собственного вектора $w^{(p)} = ((A - i\omega E)_{pj})_{j=1}^{2n}$, $p = 1, \ldots, n$, составленного из алгебраических дополнений к элементам p-ой строки матрицы $A - i\omega E$, положим

$$y_\omega(t, \eta) := (\operatorname{Re} w^{(p)}(t)) \cos \int\limits_0^\eta \omega(\tau) d\tau + (\operatorname{Im} w^{(p)}(t)) \sin \int\limits_0^\eta \omega(\tau) d\tau, \quad t, \eta \geqslant 0.$$

Теорема. *Пусть вещественная кососимметрическая непрерывно дифференцируемая на отрезке* $[0, t_0]$ *матрица* $A(t)$ *порядка* $m = 2n \geqslant 4$ *имеет непрерывно дифференцируемые собственные значения*

$$\pm i\omega_j(t), \quad j = 1, \ldots, n, \quad 0 < \omega_1(t) < \ldots < \omega_n(t),$$

и при всех $t \in [0, t_0]$, $k = 1, \ldots, n$ *отличен от* 0 *минор элемента* $a_{2k-1,2k-1}(t) - i\omega_k(t)$ *матрицы* $A(t) - i\omega_k(t)E$.

Тогда для любого $p \in \{1, \ldots, n\}$ *и всякого решения* $x(\cdot) : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}^{2n}$ *системы* (1_A) *выполнена оценка*

$$|(x(t), y_{\omega_p}(t, t)) - (x(0), y_{\omega_p}(0, 0))| \leqslant c_n \|x(0)\| \int\limits_0^t \|A'(\tau)\| \|A(\tau)\|^{2n-2} \, d\tau, \quad t \in [0, t_0], \tag{2}$$

с постоянными $c_n := (1 - a)^{n-2}(1 + a)^{n-1}(2n - 1 - a)$, $a := n - \sqrt{n\,(n-1)}$.

Замечание. Можно показать, что оценка (2) является точной.

Работа выполнена при финансовой поддержке Национальной академии наук Беларуси в рамках Государственной комплексной программы научных исследований "Механика".

Литература

1. *Карпович С. Е., Красневский Л. Г., Изобов Н. А., Барабанов Е. А.* // Дифференц. уравнения. 2006. Т. 42. № 8. С. 1027–1034.

2. *Изобов Н. А., Карпович С. Е., Красневский Л. Г., Липницкий А. В.* // Дифференц. уравнения. 2007. Т. 43. № 12. С. 1027 — 1034.

3. *S. E. Karpovich, L. G. Krasnevsky, N. A. Izobov and A. V. Lipnitsky*, Mem. Differential Equations Math. Phys. 2007. V. 41. P. 157–162.