

ДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ КОМПОЗИТНОГО СТЕРЖНЯ, СВЯЗАННОГО С УПРУГИМ ОСНОВАНИЕМ, ПРИ УЧЕТЕ ВНУТРЕННЕГО ДЕМПФИРОВАНИЯ В МАТЕРИАЛАХ СЛОЕВ

С.А. Воробьев

Белорусский государственный университет транспорта. Кирова 34, 246653, Гомель, Беларусь
savor@nostra.by

Для анализа поведения конструкции при различных режимах эксплуатации должны быть известны основные динамические характеристики ее конструктивных элементов.

Рассматривается композитный стержень, выполненный в виде несимметричного по высоте относительно срединной плоскости жесткого несжимаемого заполнителя трехслойного пакета. Материалы слоев линейно упругие. На основании вариационного принципа Гамильтона-Остроградского, используя гипотезы С. П. Тимошенко для каждого слоя и условия непрерывности перемещений на границах контакта слоев, получены уравнения движения для консервативной модели трехслойного стержня при малых деформациях. Уравнения движения — система пяти линейных дифференциальных уравнений в частных производных для искомых неизвестных функций: продольного перемещения, прогиба и полных углов поворота прямолинейных элементов в слоях стержня. Упругие несовершенства материалов слоев

учитывались на основе концепции комплексного модуля упругости $E_k^* = E_k(a_k + ib_k)$, $G_k^* = G_k(a_k + ib_k)$. Здесь E_k , G_k – модули Юнга первого и второго рода соответственного слоя стержня, $a_k = (4 - \gamma_k^2)/(4 + \gamma_k^2)$, $b_k = 4\gamma_k/(4 + \gamma_k^2)$, γ_k – коэффициент неупругого сопротивления материала k -го слоя, i – мнимая единица. Уравнения движения в этом случае получаются заменой в уравнениях идеально упругого стержня E_k , G_k на операторы E_k^* и G_k^* . Инерцией основания, размещенного между жесткими опорами, на которые свободно опираются торцы стержня, в уравнениях не учитывается, а его реакция предполагается пропорциональной прогибу стержня.

Аналитическое решение красной задачи для стационарных режимов колебаний при единичном гармоническом воздействии на несущий слой строилось с использованием комбинации метода Фурье и метода комплексных амплитуд. Получены функции амплитудно-частотных (АЧХ) и фазо-частотных характеристик (ФЧХ). Учет внутреннего трения, как и следовало ожидать, приводит к ограничению амплитуд резонансных пиков и отклонению разности фаз между гармоническим возбуждением и гармоническими вынужденными колебаниями от нулевого значения (движение в фазе) и $-\pi$ (движение в противофазе). Упругое основание повышает изгибную жесткость стержня, что приводит к смещению резонансных пиков в направлении роста частоты изменения внешней нагрузки. Влияние основания на ФЧХ при учете демпфирования проявляется в обратном эффекте – как бы возвращая стержень к консервативной модели.

Слабое внутреннее демпфирование в материалах слоев стержня приводит к незначительному снижению собственных частот ω_{jn} (j – номер частотной группы ($j = 1, \dots, 5$), n – параметр волнообразования), по сравнению с идеальной моделью стержня. Возрастание коэффициента жесткости основания весьма заметно сказывается лишь на увеличении собственных частот первой группы ω_{1n} , уменьшая влияние по мере роста числа n . Основание даже очень большой жесткости практически не оказывает влияния на значения собственных частот ω_{jn} ($j = 2, \dots, 5$) верхней полосы спектра.