ОБ ОДНОЙ НАЧАЛЬНО-КРАЕВОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА

О.С. Зикиров

Национальный университет Узбекистана имени Мирзо Улугбека, ВУЗгородок, 100174. Ташкент, Узбекистан
zikirov@yandex.ru

Хорошо известно, что математические моделирования многих физических явлений приводятся к изучению начально-краевых задач для гиперболического уравнения третьего порядка

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}+\alpha\right)\left(\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}-\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right)+\beta\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=f(x,t), \tag{1}$$

где α, β — постоянные числа.

Исследованию уравнений третьего порядка с волновым оператором в главной части посвящена много работ. Во многих работах в основном рассматриваются модельные уравнения, за исключением некоторых работ, где изучаются линейные уравнения с младшими коэффициентами. Весьма подробная библиография по вопросам, близким к указанным содержится в работах Т.Д. Джураева, В.И. Корзюка, А.И. Кожанова, В.В. Варламова и др.

Целью настоящей работы является доказательство существования и единственности классического решения следующей начально-краевой задачи для уравнения (1).

Постановка смешанной задачи. Найти в области $D=\{(x,t):\ \ 0<x<l,\ \ 0<t<T\}$ функцию $u(x,t)$ определенную при $(x,t)\in D$ удовлетворяющую в классическом смысле уравнению (1), следующим начальным

$$u(x,0)=\psi_0(x),\quad u_t(x,0)=\psi_1(x),\quad u_{tt}(x,0)=\psi_2(x),\quad 0\leqslant x\leqslant l, \tag{2}$$

и граничным условиям

$$u(0,t)=0,\quad u(0,l)=0,\quad 0\leqslant t\leqslant T, \tag{3}$$

где $\psi_0(x)$, $\psi_1(x)$, $\psi_2(x)$ - заданные функции.

Под классическим в области D решением уравнения (1) будем понимать функцию $u(x,t)$, обладающую в D всеми производными выходящими в уравнению и обращающую его в тождество.

Уравнения (1) эквивалентно сводится к интегро-дифференциальному уравнению, описывающему распространение нестационарных акустических волн в слабонеоднородных средах "с памятью".

В работе найдены условия, при которых существует единственное классическое решение начально-краевой задачи (1)–(3).