

О ПРЕДЕЛЬНЫХ ЦИКЛАХ СИСТЕМ ЛЬЕНАРА С КУБИЧЕСКОЙ ВОССТАНАВЛИВАЮЩЕЙ СИЛОЙ

Л.А. Черкас¹, И.Н. Сидоренко²

¹ Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
ул. П. Бровки 6, 220027 Минск, Беларусь
leonid_ch@tut.by

² Белгосуниверситет, механико-математический факультет
Независимости 4, 220050 Минск, Беларусь
sidorenko@tut.by

В работах [1, 2] рассматриваются системы Льенара с

$$g(x) = x(x^2 - 1), \quad f(x) = \sum_{i=1}^m a_i x^{2^i}. \quad (1)$$

В [1] получены конкретные системы с распределением $((8,8),?)$ предельных циклов. Работа [2] является обобщением работы [1] и в ней проводится также оценка предельных циклов, окружающих группу особых точек. Метод, используемый в этих работах, основывается на вычислении фокусных величин, что требует больших вычислений, и полученные предельные циклы являются малоамплитудными.

В данной работе применяется разработанный нами метод [3, 4] оценки числа предельных циклов нормального размера для системы (1), где $\deg f = 2m$, $m = 2, \dots, 8$. При этом исследуются различные распределения предельных циклов, включая и предельные циклы, окружающие все особые точки. Метод основывается на решении алгебраической системы уравнений

$$F(x) = F(y), \quad G(x) = G(y), \quad (2)$$

где $F(x) = \int f(x)du$, $G(x) = \int g(x)du$ и $0 < x < 1$, $1 < y < x_1$ для предельных циклов вокруг фокуса $(1, 0)$; $x_2 < x < -1$, $-1 < y < 0$ — вокруг фокуса $(-1, 0)$; $x < x_2$, $y > x_1$ — вокруг всех особых точек, где $G(x_2) = G(0) = G(x_1)$, $x_2 < 0 < x_1$ с последующим улучшением системы (1). Полученные нами результаты согласуются с результатами китайских коллег и сведены в таблице.

Распределение предельных циклов систем Льенара

| $\deg(f)$ | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 | 14 | 16 |
|-----------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| LC | $((1,1),1)$ | $((2,2),1)$ | $((3,3),2)$ | $((4,4),2)$ | $((5,5),3)$ | $((6,6),3)$ | $((7,7),3)$ | $((8,8),3)$ |

Кроме этого, получена система (1) при $m = 8$, имеющая 8 предельных циклов нормального размера, окружающих все особые точки.

Литература

1. P. Yu and M. Han On limit cycles of the Lienard equation with Z_2 symmetry.//Chaos, Solitons and Fractals 2007. V. 31. P. 617–630.
2. Yu P. Local and global bifurcations to limit cycles in a class of Lienard equations.//J. Bifurcations and Chaos 2007. V. 17. № 1. P. 183–198.
3. Черкас Л.А., Сидоренко И.Н. Предельные циклы нормального размера некоторых полиномиальных систем Льенара.//Весник МДУ ім Я.А. Кулішова. 2007. Т. 26. № 1. С. 163–170.
4. Черкас Л.А., Сидоренко И.Н. Предельные циклы кубической системы Льенара с квадратичной функцией трения.//Дифференц. уравнения 2008. Т. 44. № 2. С. 217–221.