ОБ ОБОБЩЕНИИ НЕЛИНЕЙНОГО УРАВНЕНИЯ P-ТИПА, ИМЕЮЩЕГО ПРИЛОЖЕНИЯ В ТЕОРИИ СЛУЧАЙНЫХ МАТРИЦ

В.В. Цегельник

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники,

Бровки, 6, Минск, Беларусь

tsegvv@bsuir.by

Используя систему Гамильтона

$$w' = \frac{\partial H}{\partial u}, \quad u' = -\frac{\partial H}{\partial w} \tag{1}$$

с гамильтонианом

$$H = \frac{1}{z}\left[w(w-1)^2u^2 + p(w-1)^2u + q(w-1)wu + \frac{rz}{2(w-1)}\right] \tag{2}$$

и произвольными постоянными параметрами p, q, r $(r \neq 0)$, получено дифференциальное уравнение

$$4z^2h''^2 + 8zh'^2(2h'+r) + 8hh'(2h'+r) - \left[pr + q(2h'+r)\right]^2 = 0, \tag{3}$$

определяющее функцию $h(z) = zH(z, u(z), w(z))$.

Система (1) эквивалентна уравнению

$$w'' = \frac{3w-1}{2w(w-1)}w'^2 - \frac{1}{z}w' + \frac{(w-1)^2}{z^2}\left[\frac{(p+q)^2}{2}w - \frac{p^2}{2w}\right] + \frac{rw}{z}, \tag{4}$$

представляющему пятое уравнение Пенлеве с параметрами

$$2\alpha = (p+q)^2, \quad -2\beta = p^2, \quad \gamma = r, \quad \delta = 0.$$

Получены формулы взаимно однозначного соответствия

$$h = \frac{z^2w'^2 - \left[p(w-1)^2 + qw(w-1)\right]^2}{4w(w-1)^2} + \frac{rz}{2(w-1)}, \quad w = \frac{2h'+r}{2h}$$

между решениями уравнений (3), (4), из которых следует принадлежность уравнения (3) к классу уравнений P-типа.

Теорема 1. *Пусть $K(z,w)$, $L(z,w)$ — произвольные аналитические функции переменных z, w такие, что $\partial K/\partial z \equiv \partial L/\partial w$. Тогда функция $H_1 = H(z, u+K, w) + L$ определяет гамильтониан, ассоциированный с уравнением (4).*

Уравнение (3) в случае $p = 0$, $r = -1/2$ получено (с точностью до линейного преобразования функции h) работах [1, 2], посвященных исследованию моделей случайно-матричного типа.

Литература

1. *Tracy C.A., Widom H.* Level spacings distribution and the Bessel kernel // Commun. Math. Phys., 1994. Vol. 161. P. 289–309.

2. *P. van Moerbeke.* Integrable lattices: random matrices and random permutation // MSRI Publication., 2001. Vol. 40. P. 321–406.