АППРОКСИМАТИВНЫЙ МЕТОД В ТЕОРИИ ВОЗМУЩЕННОГО ДВИЖЕНИЯ ДВУХ ТЕЛ

Ю.В. Трубников, А.М. Воронов

УО "ВГУ им. П.М. Машерова", Московский пр-т 33, 210038 Витебск, Беларусь
voronand@mail.ru

Отправным пунктом теории притяжения является закон всемирного тяготения И. Ньютона, сформулированный великим ученым в 1687 году. Но до сих пор нет точного решения задачи многих гравитирующих тел. Существует множество численных методов приближенного решения данной задачи, а также приближенное решение в виде рядов.

В настоящей работе предложен метод аппроксимации правой части дифференциального уравнения радиальной составляющей движения спутника Земли с учетом сплюснутости Земли, основанный на построении полинома наилучшего приближения в чебышевской метрике. Пусть спутник движется в экваториальной плоскости Земли. Земля несколько сжата к своему экватору, поэтому силовая функция будет отличаться от ньютоновской:

$$U(r) = \int \jmath(r)\,dr = \frac{\mu}{r} + \frac{\varepsilon\mu R_0^2}{3r^3}. \tag{1}$$

Здесь [1, с. 22] r — расстояние от спутника до центра Земли, R_0 — экваториальный радиус Земли, ε — постоянная безразмерная величина, зависящая от сплюснутости Земли; для Земли можно принять $\varepsilon = 0{,}0016$.

Переходя к сферическим координатам [2, с. 429], мы получаем следующее дифференциальное уравнение для радиальной составляющей

$$\ddot{r}(t) = \mu\left(\frac{p}{r^3} - \frac{1}{r^2} - \frac{\varepsilon R_0^2}{r^4}\right), \tag{2}$$

в котором $\mu = k^2$, $p = a(1-e^2)$, a — большая полуось эллиптической орбиты спутника, p — фокальный параметр, $k^2 = 2,959122083 \cdot 10^{-4}$ (1 а.е.)^3 сут$^{-2}$; t — время, выраженное в сутках, R_0 — экваториальный радиус Земли. Таким образом, возникает необходимость аппроксимировать функцию

$$g(r) = \frac{p}{r^3} - \frac{1}{r^2} - \frac{\varepsilon R_0^2}{r^4} \tag{3}$$

полиномом $P(r) = a_1 r + a_0$. Применяя алгоритм нахождения полинома наилучшего приближения, предложенный в [3, с. 31], находим коэффициенты a_1, a_0.

Таким образом, дифференциальное уравнение, аппроксимирующее уравнение (2), примет вид:

$$\ddot{r}(t) = \frac{k^2(1-e^4)}{p^3}\left(\frac{4\varepsilon R_0^2}{p^2} - 1\right) r(t) + \frac{k^2}{2p^2}\left[1 + 3e^2 - \frac{\varepsilon R_0^2(5 + 10e + e^4)}{p^2}\right] - \\ - \frac{k^2}{2p^2 t_*^4}\left(3t_*^2 - 4t_* + \frac{5\varepsilon R_0^2}{p^2}\right).$$

Данное уравнение является линейным дифференциальным уравнением второго порядка с постоянными коэффициентами, общее решение которого записывается в явном виде.

Литература

1. *Белецкий В.В.* Очерки о движении космических тел. М.: Наука, 1972. С. 360.

2. *Дубошин Г.Н.* Небесная механика. Основные задачи и методы. М.: Наука, 1975. С. 800.

3. *Трубников Ю.В.* Экстремальные конструкции в негладком анализе и операторные уравнения с аккретивными нелинейностями. М.: Астропресс, 2002. С. 256.