

МНОГООБРАЗИЯ ЦЕНТРА ОДНОГО КЛАССА КУБИЧЕСКИХ СИСТЕМ

А.П. Садовский, Т.В. Щеглова

Белгосуниверситет, Механико-математический факультет

Независимости 4, 220050 Минск, Беларусь

sadovskii@bsu.by, shcheglovskaya@tut.by

Рассматривается система дифференциальных уравнений вида

$$\frac{dx}{dt} = y + ax^2 + 3bxy + cy^2, \quad \frac{dy}{dt} = -x + kx^3 + 3lx^2y + mxy^2 + ny^3, \quad (1)$$

где a, b, c, k, l, m, n — комплексные параметры.

В докладе представлены следующие результаты.

Теорема 1. Пусть V — многообразие центра системы (1). Тогда

$$V \cap \mathbb{V}(H) = \bigcup_{i=1}^7 \mathbb{V}(J_i),$$

где

$$\begin{aligned} J_1 = & \langle 729b^6(2a+c)(3a+2c)^2 + 16a^5(a^2-4ac-3c^2)^2 + 324b^4(17a^5+5a^4c-20a^3c^2- \\ & -9a^2c^3+4ac^4+2c^5) + 36b^2(18a^7-35a^6c-12a^5c^2+94a^4c^3+102a^3c^4+53a^2c^5+ \\ & +20ac^6+4c^7), 81b^4(2a+c)(3a+2c)^2(5a+6c) + 8a^4(13a^4-12a^3c-81a^2c^2-72ac^3-18c^4)+ \\ & +18ab^2(98a^5+131a^4c-154a^3c^2-333a^2c^3-182ac^4-32c^5) - 72(a+c)^4(a^2-3ac-2c^2)k, \\ & 81a^2b^5(2a+c)(3a+2c)^2 + 18ab^3(52a^6+7a^5c-284a^4c^2-525a^3c^3-418a^2c^4-160ac^5-24c^6)+ \\ & +8ab(14a^8-15a^7c-90a^6c^2-93a^5c^3-45a^4c^4-51a^3c^5-63a^2c^6-33ac^7-6c^8) + 24(a+c)^4 \times \\ & \times (a^2-4ac-3c^2)(a^2-3ac-2c^2)l, 81ab^4(2a+c)(3a+2c)^2 + 8a^3(11a^5-12a^4c-69a^3c^2-78a^2c^3- \\ & -36ac^4-6c^5) + 18b^2(40a^6+a^5c-188a^4c^2-309a^3c^3-226a^2c^4-82ac^5-12c^6) - 24(a+c)^4 \times \\ & \times (a^2-3ac-2c^2)m, 81a^2b^5(2a+c)(3a+2c)^2 + 18ab^3(52a^6+7a^5c-284a^4c^2-525a^3c^3- \\ & -418a^2c^4-160ac^5-24c^6) + 8b(17a^9-21a^8c-144a^7c^2-117a^6c^3+243a^5c^4+657a^4c^5+711a^3c^6+ \\ & +423a^2c^7+135ac^8+18c^9) - 24(a+c)^4(a^2-4ac-3c^2)(a^2-3ac-2c^2)n, 1-(a+c)(a^2-4ac-3c^2) \times \end{aligned}$$

$$\times (a^2 - 3ac - 2c^2)t \rangle \bigcap \mathbb{C}[n, m, k, l, b, c, a],$$

$$J_2 = \langle a + 2c, ab + l, k, 2m - 2a^2 + 9b^2, 2n - 3ab \rangle,$$

$$J_3 = \langle a + c, 4a^2 + 9b^2, 2ak + 3bl, 3bk - 2al, k^2 + l^2, 3k + m, l + n \rangle, J_4 = \langle b, n, l \rangle,$$

$$J_5 = \langle a, l, 2m - 9b^2, n - bc \rangle, J_6 = \langle a, c, l, n \rangle, J_7 = \langle a + c, l, k, m, n \rangle,$$

$$H = abcklmn(a+c)(a+2c)(l^2 - a^2b^2)(3l - ab)(l + 2ab + 2bc)(3a^2b^2 - 6abl + 7l^2) \times \\ \times (a^2b^2 + 3l^2)(2ab(a^2 - c^2) + (27b^2 - 2(a^2 - 4ac - 3c^2))l + 6ab(k - m))(2a^2(2ak + 3lb) + 3(a + c)(a^2b^2 + 3l^2)).$$

Теорема 2. Пусть W — многообразие центра для (1), при котором система (1) имеет интегрирующий множитель вида $\mu = e^{dx}(1 + px + qy)^h$. Тогда $W \subset \bigcup_{i=1}^7 \mathbb{V}(J_i)$.

Теорема 3. Пусть R — многообразие центра системы (1), при котором для (1) существует инвариантная прямая. Тогда $R \subset \bigcup_{i=1}^7 \mathbb{V}(J_i)$.