

ИТЕРАЦИОННЫЙ АЛГОРИТМ ПОСТРОЕНИЯ РЕШЕНИЯ ПЕРИОДИЧЕСКОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ СИСТЕМЫ МАТРИЧНЫХ УРАВНЕНИЙ РИККАТИ

Д.В. Роголев

Институт технологии металлов НАН Беларуси
Бялыницкого-Бирули 11, 212030 Могилев, Беларусь
d-rogolev@tut.by

Изучается вопрос построения решения краевой задачи [1]:

$$\begin{aligned}\frac{dX}{dt} &= A_1(t)X + XB_1(t) + X(S_1(t)X + S_2(t)Y) + F_1(t), \\ \frac{dY}{dt} &= A_2(t)Y + YB_2(t) + Y(P_1(t)X + P_2(t)Y) + F_2(t),\end{aligned}\tag{1}$$

$$X(0) = X(\omega), \quad Y(0) = Y(\omega),\tag{2}$$

где A_i, B_i, S_i, P_i, F_i ($i = 1, 2$) $\in \mathbb{C}([0, \omega], \mathbb{R}^{n \times n})$, $\omega > 0$.

Обозначим

$$\tilde{A}_i(\omega) = \int_0^\omega A_i(\tau) d\tau \quad (i = 1, 2).$$

В работе [1] в случае $\det \tilde{A}_i(\omega) \neq 0$ получены коэффициентные достаточные условия однозначной разрешимости (на компакте) задачи (1), (2). В данной работе на основе применения метода [2, гл. 3] в указанном случае разработан алгоритм построения решения этой задачи:

$$\begin{aligned}X_k(t) &= \tilde{A}_1^{-1}(\omega) \left[\int_0^t \left(\int_0^\tau A_1(\sigma) d\sigma \right) \Phi(\tau, X_{k-1}(\tau), Y_{k-1}(\tau)) d\tau - \right. \\ &\quad \left. - \int_t^\omega \left(\int_\tau^\omega A_1(\sigma) d\sigma \right) \Phi(\tau, X_{k-1}(\tau), Y_{k-1}(\tau)) d\tau - \int_0^\omega \Psi(\tau, X_k(\tau), Y_k(\tau)) d\tau \right], \\ Y_k(t) &= \tilde{A}_2^{-1}(\omega) \left[\int_0^t \left(\int_0^\tau A_2(\sigma) d\sigma \right) G(\tau, X_{k-1}(\tau), Y_{k-1}(\tau)) d\tau - \right. \\ &\quad \left. - \int_t^\omega \left(\int_\tau^\omega A_2(\sigma) d\sigma \right) G(\tau, X_{k-1}(\tau), Y_{k-1}(\tau)) d\tau - \int_0^\omega H(\tau, X_k(\tau), Y_k(\tau)) d\tau \right] \quad k = 1, 2, \dots,\end{aligned}$$

где $\Phi(\tau, X_{k-1}(\tau), Y_{k-1}(\tau)) = A_1(\tau)X_{k-1}(\tau) + X_{k-1}(\tau)B_1(\tau) + X_{k-1}(\tau)(S_1(\tau)X_{k-1}(\tau) + S_2(\tau)Y_{k-1}(\tau))$, $\Psi(\tau, X_k(\tau), Y_k(\tau)) = X_k(\tau)B_1(\tau) + X_k(\tau)(S_1(\tau)X_k(\tau) + S_2(\tau)Y_k(\tau))$, $G(\tau, X_{k-1}(\tau), Y_{k-1}(\tau)) = A_2(\tau)Y_{k-1}(\tau) + Y_{k-1}(\tau)B_2(\tau) + Y_{k-1}(\tau)(P_1(\tau)X_{k-1}(\tau) + P_2(\tau)Y_{k-1}(\tau))$, $H(\tau, X_k(\tau), Y_k(\tau)) = Y_k(\tau)B_2(\tau) + Y_k(\tau)(P_1(\tau)X_k(\tau) + P_2(\tau)Y_k(\tau))$, начальное приближение X_0, Y_0 определяются согласно методу [2].

Литература

1. Лаптинский В.Н., Роголев Д.В. Периодическая краевая задача для системы матричных дифференциальных уравнений типа Риккати // Первая междунар. конф. "Математическое моделирование и дифференциальные уравнения". Тез. докл. Мн.: ИМ НАН Беларуси, 2007. С. 86.
2. Лаптинский В.Н. Конструктивный анализ управляемых колебательных систем. Мн.: ИМ НАН Беларуси, 1998.