АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ С МАКСИМАЛЬНЫМ КОЛИЧЕСТВОМ РАЦИОНАЛЬНЫХ РЕШЕНИЙ ОДНОЙ СТЕПЕНИ

В.С. Немец

Гродненский госуниверситет имени Я. Купалы, факультет математики и информатики

Ожешко 22, 230023 Гродно, Беларусь

nemets@grsu.by

Рассматривается алгебраическое дифференциальное уравнение

$$\sum_{i=1}^{N} B_i(z) \prod_{k=1}^{s_i} \{w^{l_{ki}}\}^{\nu_{ki}} = 0, \tag{1}$$

с полиномиальными коэффициентами B_i.

В докладе приводятся необходимые и достаточные условия, когда все рациональные функции заданного семейства (заданной структуры) являются решениями алгебраического дифференциального уравнения (1). Выбор семейства осуществляется на основании структурного метода, разработанного в [1] для рациональных решений. Методика решения этого вопроса для полиномиальных решений хорошо разработана и систематически изложена в монографии [2].

На основании результатов исследований, выделяются классы дифференциальных уравнений вида (1) имеющие максимальное количество рациональных решений заданной структуры. Показано, что для таких классов уравнений, составляющие этих решений должны удовлетворять системе алгебраических дифференциальных уравнений, индуцированной исходным уравнением.

Так, например, имеет место, доказанная в [3],

Теорема. *Для того, чтобы все рациональные функции из семейства*

$$w_t\colon z \to \varepsilon_t \frac{P(z)}{Q(z)}, \quad (\varepsilon_t)^\delta = 1, \quad t = \overline{1,\delta},$$

при всех $t = \overline{1,\delta}$ *были решениями алгебраического дифференциального уравнения (1) необходимо и достаточно, чтобы рациональная функция* P/Q *удовлетворяла системе тождеств*

$$\sum_{\tau=\lambda_{\alpha-1}+1}^{\lambda_\alpha} B_i(z) \prod_{k=1}^{s_i} \left[\left(\frac{P(z)}{Q(z)}\right)^{(l_{ki})}\right]^{\nu_{ki}} \equiv 0, \quad \alpha = \overline{1,h},$$

где λ_α *и* h *определяются по* $\varkappa_i = \sum_{k=1}^{s_i} \nu_{ki}$, $i = \overline{1,N}$, *в зависимости от разбиения*

$\varkappa_0 = \varkappa_{r_0} + \xi_{r_0}\delta$, $r_0 = \overline{0,\lambda_1}$, $0 \leqslant \lambda_1 < N$; $\varkappa_{\lambda_1+1} = \varkappa_{r_1} + \xi_{r_1}\delta$, $r_1 = \overline{\lambda_1+1,\lambda_2}$, $0 \leqslant \lambda_2 < N$; $\ldots$;

$$\varkappa_{\lambda_{h-1}+1} = \varkappa_{r_{h-1}} + \xi_{r_{h-1}}\delta, \quad r_{h-1} = \overline{\lambda_{h-1}+1, \lambda_h}, \quad \lambda_h = N.$$

Литература

1. *Немец В.С.* Структурный метод построения рациональных решений алгебраических дифференциальных уравнений // Весн. Гродзен. дзярж. ун-та. Сер. 2. 2007. №4(61). С. 4–10.

2. *Горбузов В.Н.* Целые решения алгебраических дифференциальных уравнений. Гродно: ГрГУ, 2006.

3. *Немец В.С.* Классы алгебраических дифференциальных уравнений с максимальным числом рациональных решений заданной структуры // Весн. Гродзен. дзярж. ун-та. Сер. 2. 2008. №2(66). С. 37–41.