УСТОЙЧИВОСТЬ КВАЗИЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С ЗАПАЗДЫВАЮЩИМ АРГУМЕНТОМ

О.Ю. Левченко (Хворост)

Кубанский государственный университет, факультет математики и компьютерных наук

Ставропольская 149, 350040 Краснодар, Россия

Hary70@mail.ru

Рассмотрим нелинейную систему

$$x' = Ax + Bx(t-\tau) + \int\limits_0^t K(t-s)x(s)ds + f(t, x(t), x(t-\tau)) + \int\limits_0^t G[t, s, x(s)]ds, \qquad (1)$$

удовлетворяющую начальным условиям: $x(t) = \phi(t)$ при $t \in [-\tau; 0]$, где $\phi(t)$ — известная непрерывная функция, A, B – постоянные $n \times n$-матрицы, $K \in L_1[0, \infty)$, f и G непрерывны при $0 \leqslant t < \infty$ и $0 \leqslant s \leqslant t < \infty$, соответственно, $\|x\| \leqslant r$, причем $f(t, 0, 0) = G(t, s, 0) \equiv 0$.

Пусть $x(t-\tau) = u(t)$ и выполнены условия

$$\sup_t \|f(t, x, u)\| = o(\|x\| + \|u\|), \quad x \to 0, \quad u \to 0, \qquad (2)$$

$$\sup_t \int\limits_0^t \sup_{\|x\| \leqslant \tau} \|G(t, s, x)\|\, ds = o(\tau), \quad \tau \to 0. \qquad (3)$$

Имеет место следующее утверждение.

Теорема 1. *Если матрица $zI - A - Be^{-\tau z} - \widehat{K}(z)$, где $\widehat{K}(z)$ — преобразование Лапласа ядра K, обратима при $Rez \geqslant 0$ и выполнены условия (2) и (3), то тривиальное решение системы (1) устойчиво.*

Если, кроме того, *$\lim\limits_{t\to\infty} \int_0^T \sup\limits_{\|x\|\leqslant\tau} \|G(t, s, x)\|\, ds = 0$ при любых $T > 0$ и $\tau \leqslant r$, то тривиальное решение системы (1) асимптотически устойчиво.*

Литература

1. *Хворост О.Ю., Цалюк З.Б.* Об устойчивости и неустойчивости квазилинейных систем интегро-дифференциальных уравнений // Известия ВУЗов. Математика. 2007. № 11 С. 79–82