К ЗАДАЧЕ О ПЕРИОДИЧЕСКИХ РЕШЕНИЯХ МАТРИЧНОГО УРАВНЕНИЯ ЛЯПУНОВА

В.К. Лапковский, С.В. Подолян

Могилевский государственный университет продовольствия

пр-т Шмидта 3, 212027 Могилев, Беларусь

mti@mogilev.by

Рассматривается задача о периодических решениях с периодом ω дифференциального уравнения

$$\frac{dX}{dt} = \lambda A(t)X + \lambda^2 XB(t) + F_0(t) + \lambda F_1(t), \tag{1}$$

где $A(t), B(t), F_0(t), F_1(t)$ — непрерывные ω-периодические $n \times n$-матрицы, λ — действительный скалярный параметр.

В настоящей работе, являющейся продолжением и развитием [1], на основе применения метода [2, гл.3] и принципа Банаха — Каччопполи сжимающих отображений [3] получены коэффициентные достаточные условия существования и единственности ω-периодического решения уравнения (1), а также дана эффективная оценка области локализации этого решения.

Примем следующие обозначения:

$$M = \int\limits_0^\omega A(\tau)d\tau, \quad \gamma = \|M^{-1}\|, \quad \alpha = \max_{0\leqslant t\leqslant\omega} \|A(t)\|, \quad \beta = \max_{0\leqslant t\leqslant\omega} \|B(t)\|, \quad \varepsilon = |\lambda|,$$

$$h_i = \max_{0\leqslant t\leqslant\omega} \|F_i(t)\| \quad (i = 0, 1), \quad q(\varepsilon) = \left(\frac{1}{2}\gamma\alpha^2\omega^2 + \gamma\beta\omega\right)\varepsilon + \frac{1}{2}\gamma\alpha\beta\omega^2\varepsilon^2,$$

$$H(\varepsilon) = \frac{1}{2\varepsilon}\gamma\omega(\alpha\omega\varepsilon + 2)(h_0 + \varepsilon h_1).$$

Теорема 1. *Пусть выполнены условия* $\det M \neq 0, 0 < q(\varepsilon) < 1$. *Тогда уравнение (1) имеет единственное* ω*-периодическое решение* $X = X(t, \lambda)$*, при этом справедлива оценка*

$$\|X(t, \lambda)\| \leqslant \frac{H(\varepsilon)}{1 - q(\varepsilon)}.$$

Литература

1. *Лаптинский В.Н., Лапковский В.К., Подолян С.В.* Конструктивный анализ периодических решений матричного дифференциального уравнения типа Ляпунова. Могилев: МГУП, 2004 (Препринт / ИПО НАН Беларуси; №17).

2. *Лаптинский В.Н.* Конструктивный анализ управляемых колебательных систем. Мн.: ИМ НАН Беларуси, 1998.

3. *Канторович Л.В., Акилов Г.П.* Функциональный анализ. М.: Наука, 1977.