МЕТОД ИЗУЧЕНИЯ СВОЙСТВ ОКРЕСТНОСТЕЙ КУСОЧНО-ГЛАДКИХ ПЕРИОДИЧЕСКИХ ОРБИТ

А.М. Камачкин

СПбГУ, факультет прикладной математики – процессов управления,

Университетский просп. 35, 198504 Петергоф, СПб, Россия

akamachkin@mail.ru

Система описывается математической моделью вида

$$\dot{X} = F_k(X), \quad k = \overline{1, n_1}, \tag{1}$$

где $X \in E^{n+1}$, функции $F_k(X)$ дважды непрерывно дифференцируемы в соответствующих областях $G_k \subset E^{n+1}$, траектории системы сшиваются по непрерывности на гиперплоскостях $(\Gamma, X) = l_i$, $i = \overline{1, n_2}$, где постоянный вектор $\Gamma \in E^{n+1}$, $n_1 < n_2$. При этом пространство E^{n+1} разбивается гиперплоскостями на конечное число областей G_k. Последовательность $\{F_k(X)\}$ определяется конкретной постановкой задачи.

Пусть последовательность $\{F_k(X)\}$ и свойства функций $F_k(X)$ таковы, что система (1) имеет периодическое решение $\Phi(t)$, которому соответствует в E^{n+1} орбита M, и известны точки пересечения орбиты M с гиперплоскостями, таких точек конечное число, в каждой области G_k находится часть орбиты M_k, соответствующая решению $\Phi_k(t)$ для правой части $F_k(X)$. Задача состоит в изучении асимптотических свойств такого решения.

Предлагается модификация известного метода В.И. Зубова подвижной нормальной плоскости вдоль периодического решения. По этому методу в результате замены переменных исходная система разделяется на две, первая из которых позволяет судить о фазовой устойчивости, а вторая — устанавливать орбитальную устойчивость по отношению к пространственным координатам. Модернизация этого подхода учитывает особенности системы (1). В каждой области G_k можно действовать как в методе В.И. Зубова, но в окрестностях точек склейки периодической орбиты введенная система координат не может быть по непрерывности продолжена в следующую область G_{k+1}. Поэтому в окрестностях точек склейки X_i предлагается замена переменных с матрицей $\Pi_{ik}(t)$ такая, что равенство $(X - \Phi_k(t), \Pi_{ik}(t)F_k(t)) = 0$ выполняется на некотором отрезке времени вдоль траектории. Предложенный подход решает задачу построения функции Ляпунова в каждой точке периодической орбиты M относительно расстояний от периодической орбиты до точек любой исследуемой кусочно-гладкой траектории, т.е. речь идет о “сшивании” функции Ляпунова по непрерывности вдоль кусочно-гладкой периодической орбиты M исходной системы. Без введения вспомогательных функций вида Π_{ik} в окрестностях точек переключения такое “сшивание” было бы в общем случае невозможно.