

война’, *trigger-happy* ‘стреляющий без разбора’, *slick ship* ‘невооруженный вертолет’[3, с. 19].

Литература

1. *Борисов В. В.* Аббревиация и акронимия // Военные и научно-технические сокращения в иностранных языках / под ред. А.Д. Швейцера. М., 2004. С. 132–135.
2. *Бубнов И. А.* Военная топография: учеб. пособие / И.А. Бубнов, А.К. Калинин, С.А. Шленников, А.И. Кремп. М.: Воениздат, 1969.
3. *Шевчук В. Н.* Военно-терминологическая система в статике и динамике: дис. ... д-р. филол. наук. Москва, 1985.

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ В ЭКОНОМИЧЕСКИХ ЗАДАЧАХ

Л. Даниш, В. Лапицкая

ВВЕДЕНИЕ

В нашей работе мы рассмотрели некоторые примеры применения дифференциальных уравнений в моделях динамики финансово-экономических процессов. Такие модели достаточно эффективны при исследовании эволюции экономических систем на длительных интервалах времени.

Математическое моделирование экономических и природных процессов приводит к необходимости решения уравнений, которые кроме независимых переменных и зависимых от них искомым функций, содержат также производные или дифференциалы от неизвестных функций. К таким моделям, в частности, относятся следующие:

- Модель естественного роста выпуска
- Динамическая модель Кейнса
- Неоклассическая модель роста
- Модель динамики популяций (Вольтерра-Лотка)
- Модель Холлинга-Тэннера
- Модель выравнивания цен по уровню актива и т.д.

Мы разобрали их в своей работе, а в статье рассмотрим одну из них.

УРАВНЕНИЯ ВОЛЬТЕРРА-ЛОТКА. МОДЕЛЬ КОНКУРЕНЦИИ ФИРМ НА ОСНОВЕ ДИНАМИКИ ПОПУЛЯЦИЙ

В динамике популяций есть много примеров, когда изменение численности популяций во времени носит колебательный характер. Одним из самых известных примеров описания динамики взаимодействующих

популяций являются уравнения Вольтерра-Лотка. Рассмотрим модель взаимодействия хищников и их добычи, когда между особями одного вида нет соперничества на примере конкурирующих фирм, где в роли хищников выступают крупные компании, а в роли добычи – мелкие фирмы.

Пусть x_1 и x_2 – число мелких и крупных фирм соответственно. Предположим, что относительный прирост мелких фирм x_1'/x_1 равен $a - bx_2$, $a > 0$, $b > 0$, где a – скорость увеличения количества небольших фирм в отсутствие крупных конкурентов, $-bx_2$ – потери от конкуренции с крупными компаниями. Развитие крупных компаний зависит от количества «поглощаемых» мелких фирм, при отсутствии которых ($x_1=0$) относительная скорость изменения количества крупных компаний равна $\frac{x_2'}{x_2} = -c$, $c > 0$, наличие мелких фирм компенсирует убывание, и при $x_1 > 0$ имеем $\frac{x_2'}{x_2} = (-c + dx_1)$, $d > 0$. Таким образом, система Вольтерра-Лотка имеет вид:

$$\begin{cases} x_1' = (a - bx_2)x_1 \\ x_2' = (-c + dx_1)x_2 \end{cases}$$

где $a, b, c, d > 0$.

Рассмотренная модель может описывать поведение конкурирующих фирм, рост народонаселения, численность воюющих армий, изменение экологической обстановки, развитие науки и пр. Рассмотрим фазовый портрет системы Вольтерра-Лотка для $a=4$, $b=2.5$, $c=2$, $d=1$ (Рис. 1) и графики ее решения с начальным условием $x_1(0)=3$, $x_2(0)=1$, построенные программой ОДУ (Рис. 2).

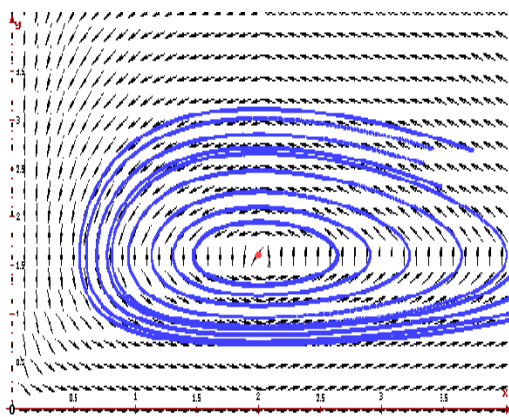


Рис. 1. Фазовый портрет системы

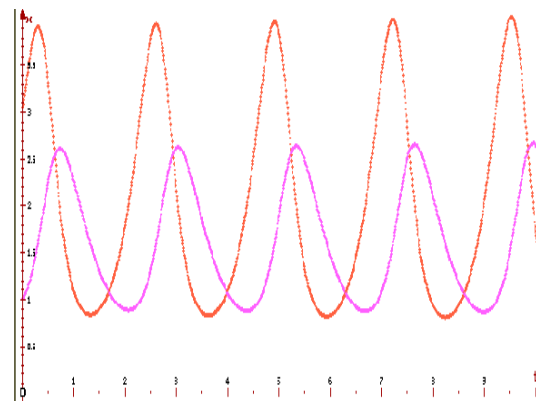


Рис. 2. Графики решения

Видно, что процесс имеет колебательный характер. При заданном начальном соотношении числа мелких и крупных фирм 3:1, число фирм каждого вида сначала растет. Когда число крупных компаний достигает величины $b=2.5$, количество небольших фирм не успевает восстано-

ваться и их число начинает убывать. Уменьшение количества поглощаемых конкурентов через некоторое время начинает сказываться и на количестве крупных компаний и, когда число небольших фирм достигает величины $x_1=c/d=2$ (в этой точке $x_2'=0$), число крупных тоже начинает сокращаться вместе с сокращением числа мелких. Сокращение их числа происходит до тех пор, пока число крупных компаний не достигнет величины $x_2=a/b=1.6$ (в этой точке $x_1'=0$). С этого момента начинает увеличиваться число мелких фирм, благодаря чему через некоторое время их становится достаточно, чтобы обеспечить появление новых крупных компаний, число фирм обоих видов растет, и процесс повторяется снова и снова. На графике четко виден периодический характер процесса. Количество мелких и крупных фирм колеблется возле величин $x_1=2$, $x_2=1.6$ соответственно (дробные числа здесь не означают «половину компании», величины могут измеряться в сотнях, тысячах и т.п.). Периодичность процесса явно видна на фазовой плоскости – фазовая кривая $(x_1(t), x_2(t))$ – замкнутая линия. Самая левая точка этой кривой – это точка, в которой число мелких фирм достигает наименьшего значения. Самая правая точка $x_1=4$, $x_2=1.6$ – точка пика количества мелких фирм. Между этими точками количество крупных концернов сначала убывает до нижней точки фазовой кривой, $x_1=2$, где достигает наименьшего значения, а затем растет до верхней точки фазовой кривой ($x_1=2$, $x_2=2.5$). Фазовая кривая охватывает точку $x_1=2$, $x_2=1.6$.

На языке дифференциальных уравнений это означает, что система имеет стационарное состояние $x_1'=0$, $x_2'=0$, которое достигается в точке $x_1=2$, $x_2=1.6$. Если в начальный момент система находилась в стационарной точке, то решения $x_1(t)$, $x_2(t)$ не будут изменяться во времени, останутся постоянными. Всякое же другое начальное состояние приводит к периодическому колебанию решений. Неэллиптичность формы траектории, охватывающей центр, отражает негармонический характер колебаний.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Дифференциальные уравнения широко используются для моделирования реальных систем, зависящих от времени, в частности, для описания и исследования экономических и биологических систем. Без аппарата дифференциального исчисления было бы невозможно математическое моделирование многих экономических и природных процессов.

Литература

1. Интернет-адрес: <http://www.exponenta.ru/>. Образовательный математический сайт – Теоретическая справка – 1993–2013.

2. Интернет-адрес: http://fislas.ru/lin_prog/veroatnoct35.htm. Высшая математика в экономике – 2013.

ВЛИЯНИЕ ИНФЛЯЦИИ ИЗДЕРЖЕК НА КОНКУРЕНТОСПОСОБНОСТЬ БЕЛОРУССКИХ ТОВАРОВ

Е. С. Дашкевич

Инфляция издержек, как известно, в последнее десятилетие в нашей стране часто опережала инфляцию спроса, и в связи с этим в белорусской инфляции стало принято выделять импортируемую инфляцию, связанную с изменением условий экспорта и импорта материально-энергетических ресурсов, с зависимостью от российских поставок. Нестабильность цен на энергоносители, периодическое их повышение вызывает шоки предложения, формируя импульсы импортируемой инфляции и увеличивая материально-энергетические затраты предприятий. Исходя из теории рыночной экономики, можно выстроить гипотезу, что это существенно подрывает конкурентоспособность белорусских товаров.

В практике мирового хозяйствования классическими примерами инфляции издержек, вызванной шоками цен на энергоносители, импортировавшиеся из стран ОПЕК, является энергетический кризис в США и Западной Европе 1973–1974 гг. и первой половины 80-х, когда в условиях резкого повышения цен многие страны вынуждены были пересмотреть свою энергетическую политику, столкнувшись с падением конкурентоспособности. Каждая искала свой путь выхода из кризиса, коренным образом изменяя структуру топливно-энергетической базы экономики. Был ограничен импорт нефти за счет энергосберегающих мероприятий, увеличено производство собственных энергоресурсов, осуществлена замена нефти углем, ядерным топливом, активизированы научные исследования, разработки и использование энергосберегающего оборудования и технологий. Франция создала систему мощных АЭС; Дания переориентировалась на собственный природный газ, ветроэнергоресурсы и каменный уголь, завозимый на огромных танкерах через океан; Англия стала добывать нефть со дна Северного моря. В США политика энергосбережения за первые 10 лет ее осуществления позволила снизить затраты на энергию более чем на 200 млрд. дол., в 1974–1986 гг. энергоемкость промышленности ежегодно снижалась на 3,7 %, а в дальнейшем темп снижения составил около 1,2 % в год [1, с. 34–36].

В нашей стране проблема энергосбережения возникла гораздо позднее. В начале 90-х гг. Республика Беларусь оказалась самой энергоемкой