

О ПРЕДЕЛЬНЫХ ЦИКЛАХ ОБОБЩЕННОЙ СИСТЕМЫ ЛЬЕНАРА

В.С. Денисов, С.И. Примакова

Витебский государственный технологический университет

Московский 72, 210035 Витебск, Беларусь

DenisovVS@mail.ru

Рассматривается система дифференциальных уравнений

$$\dot{x} = Ay + B\sqrt[3]{y} + f(x), \quad \dot{y} = g(x), \quad A > B > 0, \quad (1)$$

где $f(x)$ и $g(x)$ — нечетные функции, определенные при $-\infty < x < +\infty$.

Система Льева ($B = 0$) широко изучалась на предмет существования, единственности предельных циклов, оценки их числа. Для систем, обобщающих систему Льева, имеются лишь разрозненные результаты (см., например, [1, 2, 3]). В работе найдены достаточные условия существования по крайней мере двух предельных циклов системы (1).

Обозначим: $V(x, y) = \frac{Ay^2}{2} + \frac{3B\sqrt[3]{y^4}}{4} + G(x)$, $G(x) = \int_0^x -g(s)ds$,

$$M = \max_{[0; x_3]} |f(x)|, \quad \varphi(x) = \int_0^x -g(s)f(s)ds,$$

d — действительный корень уравнения $Ay + B\sqrt[3]{y} - \gamma M = 0$.

Теорема 1. Если выполнены условия:

1) $\exists x_1, x_3$, такие что $f(0) = f(x_1) = g(0) = 0$, $f(x) < 0$ на $(0; x_1)$, $f(x) > 0$ на $(x_1; x_3)$; $g(x) < 0$ на $(0; \infty)$;

2) $\exists \gamma > 1$, $\exists x_2 \in (x_1; x_3)$, такие что выполнены неравенства

$$\varphi(x_2) \geq 2\varphi(x_1)/(1 - \gamma), \quad G(x_3) - G(x_2) > Ad^2/2 + 3B\sqrt[3]{d^4}/4 + 2Md; \quad (2)$$

3)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} G(x) = \infty, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} (-f(x)) > 0;$$

то система (1) имеет по крайней мере два предельных цикла.

Теорема 2. Если выполнены условия теоремы 1, где первое из неравенств (2) заменено на $\varphi(x_2) \geq -4\gamma\varphi(x_1)/(\gamma - 1)^2$, и $f'(x) \leq 0$ при $x \geq x_3$, то для системы (1) устойчивой предельный цикл, окружающий по крайней мере один неустойчивый, будет единственным.

Литература

1. Денисов В.С., Примакова О.О. // Дифференц. уравнения и системы компьютерной алгебры: Материалы Междунар. конф. Ч.1. Мн.: БГПУ, 2005. С. 102–107.
2. Гринь А.А. // Еругинские чтения – XI. Тез. докл. Междунар. матем. Конф. 24–25 мая 2006, Гомель. Мн.: Ин-т матем. НАН Беларусь, 2006. С. 44–45.
3. Денисов В.С., Примакова С.И. // Известия РАЕН. Дифференц. уравнения, 2006. №11. С. 72–73.