

СИЛЬНО НЕРЕГУЛЯРНЫЕ КОЛЕБАНИЯ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ С МАЛЫМИ ПЕРИОДИЧЕСКИМИ ВОЗМУЩЕНИЯМИ

А.К. Деменчук

Институт математики НАН Беларуси, Сурганова 11, 220072 Минск, Беларусь
demenchuk@im.bas-net.by

Будем рассматривать класс линейных дифференциальных систем [1 – 3] с малыми периодическими возмущениями

$$\dot{x} = (A + \varepsilon B(t))x, \quad x \in \mathbf{R}^n, \quad t \in \mathbf{R}, \quad (1)$$

где A – постоянная $(n \times n)$ -матрица, $B(t)$ – ω -периодическая $n \times n$ -матрица, ε – достаточно малый по абсолютной величине вещественный параметр. Как отмечено в [2, с. 113] системы такого вида встречаются в приложениях, когда механический или физический объект, описываемый линейной стационарной системой, подвергается малым периодическим возмущениям. При этом возникает ряд интересных задач о соотношении свойств исходной и возмущенной систем. Так довольно часто невозмущенная система является устойчивой (но не асимптотически), а возмущенная – неустойчивой даже при сколь угодно малых значениях параметра.

В [3, с. 343] отмечается важный случай, когда невозмущенная система является консервативной, т.е. ее матрица коэффициентов имеет чисто мнимые собственные числа. В таком случае целесообразно конструктивно описать те ситуации, когда малые периодические возмущения не влияют на характер собственных колебаний стационарной системы. Одной из таких ситуаций является наличие периодических колебаний, нерегулярных по отношению к возмущению. В [4, 5] для нахождения сильно нерегулярных периодических решений системы (1) сформулирован алгоритм редукции к системе меньшей размерности. Показано, что при нулевом среднем значении матрицы возмущений частоты искомого решения не зависят от возмущения.

При наличии возмущений с ненулевым средним значением частоты сильно нерегулярных колебаний, как правило, зависят от возмущения. В настоящем докладе дается полное решение вопроса о существовании для почти всех значений параметра сильно нерегулярных периодических решений системы (1) в случае коммутирующих коэффициентов редуцированной системы.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке БРФФИ, (договор №Ф08-041).

Литература

1. Еругин, Н. П. Линейные системы обыкновенных дифференциальных уравнений с периодическими и квазипериодическими коэффициентами. – Минск: Изд-во АН БССР, 1963.
2. Чезари, Л. Асимптотическое поведение и устойчивость решений обыкновенных дифференциальных систем. – М.: Мир, 1964.

3. Якубович, В. А., Старжинский В.М. Линейные дифференциальные уравнения с периодическими коэффициентами и их приложения. — М.: Наука, 1972.

4. Деменчук, А. К. Об устойчивости некоторых классов решений линейных дифференциальных систем с малыми периодическими возмущениями // Дифференц. уравнения. — 1996. - Т. 32, № 3. — С. 307–310.

5. Demenchuk A.K. Partially irregular almost periodic solutions of ordinary differential systems // Math. Bohemica. — 2001. — V. 126, № 1. — P. 221–228.