СООТНОШЕНИЕ МЕЖДУ ИЕРАРХИЯМИ УРАВНЕНИЙ ПЕНЛЕВЕ

А.А. Григорьев

Белгосуниверситет, механико математический факультет

Независимости 4, 220050 Минск, Беларусь

agrig@tut.by

В докладе будут рассмотрены соотношения между иерархиями четвертого и пятого уравнений Пенлеве, предложенными П.Р. Гордоа, Н. Иоши и А. Пикерингом в [1], Н.А. Кудряшовым в [2], А.Б. Шабатом, А.П. Веселовым и В.Е. Адлером см. напр. [4, 3] и М. Ноуми и И. Ямада в [5].

Теорема 1. *Рассматриваемые иерархии уравнений связаны следующим образом.*

1. *Уравнения, аналоги четвертого уравнения Пенлеве, иерархии П.Р. Гордоа, Н. Иоши и А. Пикеринга при значениях параметров* $g_n = 1$ *и* $g_i = 0$ *для* $i \neq 0$ *и уравнения иерархии Н.А. Кудряшова могут быть получены как условие совместности эквивалентных систем уравнений с частным производными.*

2. *Уравнения, аналоги четвертого уравнения Пенлеве, иерархии М. Ноуми и И. Ямада с переменными* $(f_0, \ldots, f_{n-1})$ *и уравнения иерархии А.Б. Шабата, А.П. Веселова и В.Е. Адлера с переменными* $(g_0, \ldots, g_{n-1})$ *в случаях одинаковых наборов параметров* $(\alpha_0, \ldots, \alpha_{n-1})$

переходят при каждом нечетном $n > 2$ *друг в друга при линейной обратимой замене переменных* $f_i := g_i + g_{Mod(i+1,n)}$.

3. *Пусть* $\mathbf{G} = (g_0, \ldots, g_{2n+1})$ *некоторое решение системы, аналога пятого уравнения Пенлеве, иерархии А.Б. Шабата, А.П. Веселова и В.Е. Адлера такое, что* $\sum_{i=0}^{2n+1} g_i = t$, *с набором параметров* $\mathbf{A} = (\alpha_0, \ldots, \alpha_{2n+1})$ *таким, что* $\sum_{i=0}^{2n+1} \alpha_i = 2$. *Тогда набор* $\mathbf{F} = (f_0, \ldots, f_{2n+1})$, *определяемый условиями*

$$\begin{cases} f_i = g_i + g_i, \ i = \overline{0, 2n-1} \\ \sum_{r=0}^{n} f_{2r} = \sum_{r=0}^{n} f_{2r+1} = \sum_{i=0}^{2n+1} g_i = t, \end{cases} \tag{1}$$

и заменой переменных $t \rightsquigarrow e^t$, *является решением соответствующей системы из иерархии М. Ноуми и И. Ямада с тем же набором параметров* $\mathbf{A}$. *Обратно, если* $\mathbf{F}$ *некоторое решение системы из иерархии М. Ноуми и И. Ямада с* $\sum_{i=0}^{2n+1} \alpha_i = 2$, *такое, что* $\sum_{r=0}^{n} f_{2r} = \sum_{r=0}^{n} f_{2r+1} = e^t$, *то набор* $\mathbf{G}$, *определяемый из*

$$\begin{cases} f_i = g_i + g_i, \ i = \overline{0, 2n-1} \\ \sum_{i=0}^{2n+1} g_i = t \\ \sum_{i=0}^{2n+1} (-1)^i g_i^2 = \frac{1}{2} \sum_{i=0}^{2n+1} (-1)^i \alpha_i, \end{cases} \tag{2}$$

и замена переменных $t \rightsquigarrow \ln(t)$, *является решением системы из иерархии А.Б. Шабата, А.П. Веселова и В.Е. Адлера с тем же набором параметров* $\mathbf{A}$.

Литература

1. P.R. Gordoa, N. Joshi and A. Pickering *On a Generalized 2+1 Dispersive Water Wave Hierarchy*, RIMS, Kyoto Univ., 37(2001), 327-347.

2. N.A. Kudryashov *On the fourth Painleve hierarchy*, TMF 134-1, 2003

3. Shabat A.B. *The infinite-dimensional dressing ynanical system*, Inverse Problems, 8(1992), 303–308.

4. Adler, V. E. *Nonlinear chains and Painlevé equations*, Physica. D 73 (1994), 335-351.

5. M. Noumi, and Y. Yamada, *Higher order Painlevé equations of type* $A_l^{(1)}$ Funkcial. Ekvac. 41 483–503 1998.