ЗАВИСИМОСТЬ β-МАРТИНГАЛЬНЫХ РЕШЕНИЙ СТОХАСТИЧЕСКИХ ЭВОЛЮЦИОННЫХ УРАВНЕНИЙ ОТ НАЧАЛЬНЫХ УСЛОВИЙ И ПРАВЫХ ЧАСТЕЙ

М. М. Васьковский

Белгосуниверситет, факультет прикладной математики и информатики

Независимости 4, 220050 Минск, Беларусь

Рассмотрим стохастическое эволюционное уравнение

$$dX(t) = AX(t)dt + f(t, X(t))dt + g(t, X(t))dW(t), \quad X \in H, \quad t \in [0, T], \tag{1}$$

где H — сепарабельное гильбертово пространство, A - генератор сильно непрерывной полугруппы $S(\cdot)$ на H, $W(t)$ — Q-броуновское движение со значениями в сепарабельном гильбертовом пространстве U, Q — симметрический положительно определенный ядерный оператор на U, функции $f:[0,T]\times H\to H$, $g:[0,T]\times H\to L_2(U,H)$ измеримы по Борелю, $L_2(U,H)$ — пространство операторов Гильберта – Шмидта.

Построим многозначные отображения

$$F(t,X)=\bigcap_{\delta>0}\overline{\mathrm{co}}[f(t,[X]_\delta)]_\delta,\ G(t,X)=\bigcap_{\delta>0}\overline{\mathrm{co}}[g(t,[X]_\delta)]_\delta,\quad (t,X)\in[0,T]\times H.$$

Определение. Под β-мартингальным решением уравнения (1) понимаем процесс $X(t)$, определенный на некотором вероятностном пространстве $(\Omega,\mathcal{F},\mathcal{P})$ с потоком σ-алгебр $(\mathcal{F})$, такой, что:

1) $X(t)$ — непрерывный $\mathcal{F}$-согласованный процесс;

2) существует $\mathcal{F}$-согласованное Q-броуновское движение $W(t)$, $W(0)=0$ п. н.;

3) существуют измеримые $\mathcal{F}$-согласованные процессы $v(t)$, $u(t)$, определенные на $(\Omega,\mathcal{F},\mathcal{P})$, такие, что $v(t)\in F(t,X(t))$, $u(t)\in G(t,X(t))$ для $(\mu\times P)$-почти всех $(t,\omega)\in\in[0,T]\times\Omega$, и $\int_0^T\|v(s)\|ds<\infty$, $\int_0^T\|u(s)\|^2_{L_2(U,H)}ds<\infty$;

4) с вероятностью 1 для всех $t\in[0,T]$ выполняется соотношение

$$X(t)=S(t)X(0)+\int_0^t S(t-s)v(s)ds+\int_0^t S(t-s)u(s)dW(s).$$

Говорят, что отображение $h:[0,T]\times H\to E$ имеет линейный порядок роста по X, если существует постоянная $C>0$ такая, что $\|h(t,X)\|_E\leqslant C(1+\|X\|)$ для любого $t\in[0,T]$.

Через $\mathcal{P}$ обозначим множество всех вероятностей на $(H,\mathcal{B}(\mathcal{H}))$, через d — метрику Леви — Прохорова на $\mathcal{P}$.

Теорема. *Пусть отображения $f(t,X)$, $g(t,X)$ измеримы по Борелю и имеют линейный порядок роста по X, при каждом $t\in(0,T]$ оператор $S(t)$ компактен, ν - вероятность на $(H,\mathcal{B}(\mathcal{H}))$. Тогда для любого $\varepsilon>0$ существует $\delta>0$, что для любых измеримых по Борелю отображений $f^*(t,X)$, $g^*(t,X)$, для которых*

$$\|f(t,X)-f^*(t,X)\|+\|g(t,X)-g^*(t,X)\|_{L_2(U,H)}\leqslant\delta$$

для всех $(t,X)\in[0,T]\times H$, для любой вероятности $\nu^*\in\mathcal{P}$, для которой $d(\nu,\nu^*)\leqslant\delta$, для любого β-мартингального решения $X^*(t)$ уравнения

$$dX(t)=AX(t)+f^*(t,X(t))dt+g^*(t,X(t))dW(t)$$

с начальным распределением ν^* существует β-мартингальное решение $X(t)$ уравнения (1) *с начальным распределением ν такое, что $d(P^{X(s)},P^{X^*(s)})\leqslant\varepsilon$ для любого $s\in[0,T]$.*