

ТРАЕКТОРИИ СИСТЕМ С ДВУКРАТНЫМ ЛИНЕЙНЫМ ЧАСТНЫМ ИНТЕГРАЛОМ НА СФЕРЕ ПУАНКАРЕ

С.М. Бирук

Мозырский госпедуниверситет, физико-математический факультет,
Студенческая 28, 247760 Мозырь, Беларусь
{biruk_sergei_m}@mail.ru

Исследовано поведение траекторий на сфере Пуанкаре дифференциальной системы

$$\frac{dx}{dt} = xy, \quad \frac{dy}{dt} = \sum_{i+j=1}^2 b_{ij} x^i y^j \quad \text{при} \quad b_{02} = 1 \quad (1)$$

с двукратным линейным частным интегралом $w: (x, y) \rightarrow x \quad \forall (x, y) \in \mathbb{R}^2$ [1].

Поведение траекторий на сфере Пуанкаре описано посредством проективного атласа, состоящего из трех карт. Карты атласа представляют собой фазовые портреты поведения траекторий на круге Пуанкаре системы (1) и систем (S_1) , (S_2) , полученных из (1) при проективных преобразованиях Пуанкаре. Такой подход к описанию поведения траекторий на сфере Пуанкаре предложен в [2] и был реализован в [3].

Теорема 1. *У каждой из дифференциальных систем (1), (S_1) и (S_2) на проективной фазовой плоскости:*

- 1) *число изолированных состояний равновесия при различных значениях параметров изменяется от нуля до пяти;*
- 2) *при $b_{10} = b_{20} = 0$ имеется по прямой состояний равновесия;*
- 3) *нет предельных циклов, расположенных в конечной части фазовой плоскости, разомкнутых и экваториальных.*

Результаты качественного исследования сведены в таблицу, где для всех возможных комбинаций значений параметров, входящих в задание систем (1), (S_1) и (S_2) , указано количество и характер состояний равновесия.

С учетом характера и взаимного расположения состояний равновесия, а также отсутствия предельных циклов, поведение траекторий систем (1), (S_1) и (S_2) во всех возможных случаях определяется однозначно.

Построены проективные атласы поведения траекторий систем (1), (S_1) и (S_2) на сфере Пуанкаре.

Литература

1. Бирук С.М. Качественное исследование в целом класса квадратичных систем с двукратным линейным частным интегралом // Веснік ГрДУ. Сер. 2. 2007. № 3(57). С. 52–57.
2. Горбузов В.Н., Королько И.В. Траектории полиномиальной дифференциальной системы на сфере Пуанкаре // Дифф. уравнения. 2002. Т. 38, № 6. С. 845–846.
3. Королько И.В. Качественное исследование одного класса систем Пенлеве на сфере Пуанкаре // Веснік ГрДУ. Сер. 2. 2003. № 1(19). С. 3–9.