ПОЛИНОМИАЛЬНЫЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ С ОДИНАКОВЫМИ ОТРАЖАЮЩИМИ ФУНКЦИЯМИ

В.А. Бельский

Гомельский инженерный институт МЧС РБ, Речицкое шоссе 35а, 246023 Гомель, Беларусь
vadzimbelsky@rambler.ru

В докладе отражающая функция (ОФ) [1] применяется к исследованию дифференциальных уравнений вида

$$\dot{x} = a_0(t) + a_1(t)x + \ldots + a_n(t)x^n,\ t \in \mathbb{R}. \tag{1}$$

Согласно [1] для дифференциальной системы

$$\dot{x} = X(t,x), \quad t \in \mathbb{R}, \quad x = (x_1, x_2, \ldots, x_n)^T, \tag{2}$$

с общим решением $\varphi(t; t_0, x_0)$ ОФ определяется формулой $F(t,x) := \varphi(-t; t, x)$. Если система (2) имеет 2ω-периодическую по t правую часть, то $F(-\omega, x) := \varphi(\omega; -\omega, x)$ есть отображение за период для данной системы. Для любого решения $x(t)$ системы (2) $F(t, x(t)) \equiv \equiv x(-t)$. Две дифференциальные системы называются [1] *эквивалентными*, если они имеют одну и ту же ОФ.

Если непрерывно дифференцируемые вектор-функции $\Delta_i(t,x)$ удовлетворяют дифференциальной системе в частных производных

$$\frac{\partial \Delta(t,x)}{\partial t} + \frac{\partial \Delta(t,x)}{\partial x} X(t,x) - \frac{\partial X(t,x)}{\partial x} \Delta(t,x) = 0,$$

то любая возмущенная система вида $\dot{x} = X(t,x) + \sum_{i=1}^{k} \alpha_i(t)\Delta_i(t,x)$, где $\alpha_i(t)$ произвольные непрерывные скалярные нечетные функции, эквивалентна системе (2) [1, с. 171].

В данной работе эти результаты применяются для построения полиномиальных дифференциальных уравнений, эквивалентных исходному уравнению (1). В частности, доказана

Теорема. *Для любого уравнения Риккати* $\dot{x} = a_0(t) + a_1(t)x + a_2(t)x^2$ *с непрерывными на* $\mathbb{R}$ *коэффициентами существуют ровно три линейно независимые полиномиальные функции* $\Delta_i(t,x) = r_{0i} + r_{1i}x + r_{2i}x^2$, $i = \overline{1,3}$, *такие, что любое уравнение* $\dot{x} = a_0(t) + a_1(t)x + a_2(t)x^2 + \sum_{i=1}^{3} \alpha_i(t)\Delta_i(t,x)$, *где* $\alpha_i(t)$ *– произвольные непрерывные нечетные функции, эквивалентно заданному уравнению Риккати.*

Аналогичным образом рассмотрены также уравнение Абеля $\dot{x} = \sum_{k=0}^{3} b_k(t)x^k$ и другие уравнения вида (1).

Сделана попытка описания структуры множества полиномиальных уравнений вида (1), эквивалентных исходному уравнению, которые могут быть построены описанным способом.

Литература

1. *Мироненко В.И.* Отражающая функция и исследование многомерных дифференциальных систем. Мин. образования РБ, УО "ГГУ им. Ф. Скорины", — Гомель, 2004. – 196 с.