УДК 539.23;539.216.1

О. В. ТАНАНА, В. А. КАРПОВИЧ, Г. Я. СЛЕПЯН

МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ КОМПЛЕКСНОЙ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПРОНИЦАЕМОСТИ КОМПОЗИТНЫХ НАНОМАТЕРИАЛОВ ПО ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКИМ ПАРАМЕТРАМ СВЧ-РЕЗОНАТОРОВ

Представлены результаты теоретических разработок по выводу соотношений между непосредственно измеряемыми электродинамическими характеристиками СВЧ-резонатора с образцом наноматериала (резонансной частотой, добротностью, коэффициентами отражения в обе стороны) и комплексной диэлектрической проницаемостью образца, что имеет различные практические приложения. В качестве модели проходного резонатора принималась диэлектрическая пластинка в плоском волноводе: формирование резонансной моды возникало в результате отражения волноводной моды заполненной части волновода от границы раздела сред. В качестве модели образца рассматривалась тонкая диэлектрическая пленка, которая описывалась эффективными двусторонними граничными условиями импедансного типа. Идея подхода состояла в том, чтобы по известным коэффициентам отражения резонатора с образцом и резонатора без него определить эффективный импеданс пленки. Знание последнего позволяет определить комплексную диэлектрическую проницаемость материала образца, т. е. величину, подлежащую измерению.

Ключевые слова: композитные наноструктурированные материалы; сверхвысокочастотный диапазон; миллиметровые волны; коэффициент отражения; ослабление; высокодобротные резонаторы.

Resonance method for determining of the composite nanomaterials' complex permittivity is presented. The formulas to calculate complex permittivity of a sample of dielectric nanomaterial by measurement of electrodynamic characteristics of a microwave resonator with and without the sample such as the microwave resonator's resonant frequency, Q-factor, coefficients of reflection and transmittion are presented. Both theoretical and experimental study rely on the model of a transmission-type resonator. The resonator represents itself a segment of planar waveguide. A flat piece of the material under study during measurements is fitted on the top surface of the resonator. The key idea of the method is to calculate, on the basis of measurement of reflection and transmittion in two regimes – with and without the nanomaterial, the effective impedance of nanomaterial's thin film to calculate its complex permittivity.

Key words: composite nanostructured materials; microwave range; millimeter waves; reflection coefficient; attenuation; high-Q resonators.

Для измерения электродинамических характеристик искусственных композитных сред на основе наноуглерода в резонаторах необходимо установить связь между непосредственно измеряемыми характеристиками отражения/прохождения резонатора с образцом и собственными материальными параметрами образца. Эта задача в общем виде представляется весьма сложной, требует высокоэффективных численных методов и большого объема компьютерных вычислений. Поэтому в данной работе ограничимся демонстрацией ее на простейшей модели проходного резонатора и образца. В качестве модели проходного резонатора примем металлодиэлектрический резонатор, представляющий собой диэлектрическую пластинку с проницаемостью ε в плоском волноводе (рис. 1 *а*, δ). Формирование резонансной моды возникает в результате отражения волноводной моды заполненной части волновода от двух границ раздела сред. Это отражение не является полным, что моделирует связь резонатора с двумя полыми полубесконечными волноводами, но должно быть достаточно большим, чтобы обеспечить высокую добротность связи. Данное условие требует достаточно большой величины $|\varepsilon|$. Диэлектрическую проницаемость предполагаем комплексной, что позволяет описать собственные тепловые потери резонатора.





В качестве модели образца примем тонкую диэлектрическую пленку с проницаемостью ε_2 , которая описывается эффективными двусторонними граничными условиями импедансного типа [1]. Предполагаем, что образец расположен в центре резонатора (рис. 1 *в*), т. е. взаимодействует с его симметричной модой. Идея подхода состоит в том, чтобы по известным коэффициентам отражения резонатора с образцом и резонатора без образца определить эффективный импеданс пленки. Знание последнего позволяет определить комплексную диэлектрическую проницаемость материала образца, т. е. величину, подлежащую измерению. Будем считать, что добротность резонатора достаточно велика для того, чтобы взаимодействие его с образцом описывать в одномодовом приближении, т. е. аппроксимировать полное поле резонансной модой. Поэтому в качестве первого шага необходимо определить параметры симметричной собственной моды резонатора без образца. Для этой цели будем использовать метод

частичных областей [1]. В силу симметрии данная система сводится к виду, показанному на рис. 1 *a*, где плоскость x = 0 является идеально проводящей. Полную область $x \ge 0$ разбиваем на две частичные области, как показано на рис. 1 *б*.

Выполняя стандартную процедуру сшивания полей [3] по непрерывности поля на границе, получаем характеристическое уравнение:

$$\cos\Gamma L = -\frac{\Gamma}{jh\sqrt{\varepsilon}}\sin\Gamma L,\tag{1}$$

где $h = \sqrt{k^2 - g^2}$, $\Gamma = \sqrt{k^2 \varepsilon - g^2}$, $g = \frac{\pi}{a}$, k – комплексный корень характеристического уравнения, решаемого относительно k.

Решение его имеет вид $\tilde{k} \approx k' - jk'',$

где
$$k' \cong \frac{\pi}{\sqrt{\varepsilon' L}}$$
; $k'' = \frac{1}{2} \frac{\varepsilon'' \pi}{(\varepsilon')^{3/2} L} + \frac{\sqrt{k'^2 - g^2}}{\pi}$, ε' – действительная часть, ε'' – мнимая часть диэлектриче-

ской проницаемости вещества, $\Gamma = \sqrt{k^2 \varepsilon - g^2}$, $j = \sqrt{-1}$.

Первый множитель в (1) описывает тепловые потери $(4(\varepsilon')^{3/2} k'L/(\varepsilon''\pi) - \text{собственная добротность} резонатора), второй множитель в (1) соответствует связи резонатора с волноводами (<math>2\pi k'/\sqrt{k'^2 - g^2}$ – добротность связи).

Рассмотрим возбуждение резонатора без образца в одномодовом режиме. Будем считать, что возбуждение происходит основной волной первого волноводного канала, движущейся в положительном направлении оси z (рис. 1 б). Представления поля в частичных областях имеют вид [1]

$$E_{y}^{I} = \varphi(x) jkg(e^{jkg} + R \cdot e^{-jhz}),$$

$$H_{x}^{I} = \varphi(x) jhg(e^{jhz} - R \cdot e^{-jhz}),$$

$$E_{y}^{II} = C\varphi(x)\cos\Gamma z,$$

$$H_{x}^{II} = -C\frac{\Gamma}{jk\sqrt{\varepsilon}}\varphi(x)\sin\Gamma z,$$

$$E_{y}^{III} = \varphi(x) jkgTe^{jhz},$$

$$H_{x}^{III} = \varphi(x) jhgTe^{jhz},$$

где $\phi(x) = \sin \frac{\pi x}{a}$, x, y, z – декартовы координаты, $j = \sqrt{-1}$, R, C, T – неизвестные постоянные коэф-

фициенты.

В случае резонансного возбуждения $k \approx k'$. Тогда, выполняя сшивание на границах раздела $x = \pm L$, для коэффициента отражения имеем

$$R = -\frac{jhe^{-2jhL}}{\sqrt{\varepsilon'kL\left(k - \tilde{k}\right)}},\tag{2}$$

где $k = \omega/c$, $\omega = 2\pi c/\lambda$, $\lambda - длина волны, c - скорость света. Для применимости (2) необходимо, чтобы <math>\frac{h}{k} << 1$, так как при его получении использовано одномодовое приближение.

На резонансной частоте k_0 коэффициент отражения максимален:

$$|R_{\rm rez}| = -\frac{\sqrt{k_0^2 - g^2}}{\frac{\pi}{2} \left(\frac{\varepsilon'' \pi}{\varepsilon'^{3/2} L}\right) + \sqrt{k_0^2 - g^2}}$$

Его величина зависит от соотношения собственной и нагруженной добротностей.

Рассмотрим более подробно электродинамическую модель образца (рис. 2). Для тонкой диэлектрической пленки импедансные двусторонние условия имеют вид [1]

$$H_{x}^{+} - H_{x}^{-} = 2j\zeta E_{y}, \tag{3}$$

$$E_{v}^{+} = E_{v}^{-}.$$
 (4)

Характеристический импеданс $\zeta = 2jk\Delta(\varepsilon_{II}-1)$ (Δ – толщина образца, ε_{II} – продольная составляющая диэлектрической проницаемости) полностью определяет электродинамические свойства пленки: коэффициент отражения при нормальном падении выражается как $r = j\zeta/1 - j\zeta$ (или, – обратно, $j\zeta = r/1 + r$). Магнитное поле выражается через электрическое – в соответствии с уравнениями Максвелла как $H_x = \frac{1}{jk} \frac{\partial E_y}{\partial z}$.

Задача о *собственной моде резонатора с образцом* ставится подобно задаче о собственной моде резонатора без образца, но добавляются граничные условия (3), (4) в плоскости расположения образца z = 0. Это приводит к изменению характеристического уравнения, которое теперь приобретает вид

$$\frac{\sin\Gamma L - B\cos\Gamma L}{\cos\Gamma L + B\sin\Gamma L} = -j\frac{h\sqrt{\varepsilon}}{\Gamma},$$



Рис. 2. Модель задачи отражения от образца

где $B = -\zeta k \sqrt{\varepsilon} / \Gamma$. Его решение, как и ранее, имеет вид $\tilde{k} = k' - jk''$, но для k' получается трансцендентное уравнение $\sin(k'\sqrt{\varepsilon'}L) + \zeta' \cos(k'\sqrt{\varepsilon'}L) = 0$, которое должно быть решено численными метода-

ми. Оно описывает смещение резонансной частоты под действием образца.

Для величины k" получаем при помощи метода возмущений явное выражение:

$$k'' = \frac{k'\varepsilon''}{2\varepsilon'} + \frac{\zeta''}{L\sqrt{\varepsilon'}(1+{\zeta'}^2)} + \frac{\sqrt{k'^2 - g^2}}{\pi},$$
(5)

где $\zeta' = k' \Delta (\varepsilon'_2 - 1), \ \zeta'' = k' \Delta \varepsilon''_2.$

Первое и третье слагаемые в (5) аналогичны соответствующим слагаемым для резонатора без образца (собственная добротность и добротность связи). Однако появляется второе слагаемое, описывающее изменение полной добротности под действием образца (величина $2k'L\sqrt{\epsilon'}(1+{\zeta'}^2)/\zeta''$ может быть интерпретирована как добротность образца).

Введение образца в резонатор качественно меняет распределение поля резонансной моды (рис. 3). Электрическое поле является непрерывным, но в плоскости z = 0 претерпевает характерный излом (разрыв нормальных производных).



Рис. 3. Продольное распределение электрического поля собственной моды резонатора с образцом

Задача отражения от резонатора с образцом ставится и решается аналогично соответствующей задаче без образца. Поля в различных частичных областях имеют вид

$$E_{y}^{I} = jkg\phi(x)(e^{jhz} + R \cdot e^{-jhz}),$$

$$H_{x}^{I} = jhg\phi(x)(e^{jhz} - R \cdot e^{-jhz}),$$

$$E_{y}^{II} = C\phi(x)f(z),$$

$$H_{x}^{II} = C\frac{\Gamma}{jk\sqrt{\epsilon}}\phi(x)f'(z),$$

$$E_{y}^{III} = jkg\phi(x)Te^{jhz},$$

$$H_x^{III} = jhg\varphi(x)Te^{jhz}$$

Налагая граничные условия и на границах раздела $x = \pm L$, и в плоскости z = 0, получаем

$$\left|R_{\rm rez}\right| = \frac{\sqrt{k'^2 - g^2}}{k'\sqrt{\varepsilon'}L\left(\frac{k'\varepsilon''}{2\varepsilon'} + \frac{\zeta''}{L\sqrt{\varepsilon'}\left(1 + {\zeta'}^2\right)} + \frac{\sqrt{k'^2 - g^2}}{\pi}\right)}.$$
(6)

Тогда, учитывая соотношения между коэффициентом передачи резонатора с образцом и без образца [2] и измеряя добротность резонатора, можно получить соотношение для добротности образца:

$$\frac{1}{Q_{\text{ofp}}} = \left(\frac{1}{Q} + \frac{1}{Q_{\text{cB}}}\right) \left(\frac{\tau}{\tau_{\text{harp}}} - 1\right),$$

где параметры Q – собственная добротность резонатора (без образца), Q_{cB} – добротность связи, τ – коэффициент передачи резонатора без образца и τ_{Harp} – коэффициент передачи резонатора с образцом измеряются, а параметр Q_{obp} – добротность образца – вычисляется. Добротность образца примерно равна собственной добротности резонатора (от 25 000 до 30 000). Данный параметр (6) очень важен для включения образца в резонатор и выбора величины связи нагруженного резонатора с внешними линиями передачи СВЧ-сигнала.

Для подтверждения предложенного метода были выполнены измерения амплитудно-частотных зависимостей коэффициентов отражения и ослабления для образцов магнитно-функционализированных массивов УНТ, порошка УНТ и бумаги из УНТ в резонаторе в диапазоне частот 25,95–78,33 ГГц [4].

Исследования проводились в панорамном режиме. Калибровка приборов осуществлялась во всем рабочем диапазоне частот по определению уровней сигналов от согласованной нагрузки и короткозамыкающей нагрузки (отражателя) после установки диапазона качания частоты и уровня падающей мощности. Максимальная погрешность измерения коэффициента отражения составляла 2,0 %, а коэффициента передачи не превышала 2,5 %.

При исследовании амплитудно-частотных зависимостей коэффициента отражения кроме использования короткозамыкающей нагрузки проводилось дополнительное измерение *S*-параметров образцов с согласованной нагрузкой, что позволило исключить неопределенность коэффициента отражения для материалов с малым ослаблением, которая появляется в случае кратности толщины материала четверти длины волны электромагнитного излучения в материале (явление самогашения электромагнитных волн используется в четвертьволновых поглотителях резонансного типа). Выполнено измерение коэффициента отражения образца с использованием согласованной нагрузки, что минимизирует формирование отраженной волны и позволяет характеризовать непосредственно материал образца.

Метод определения комплексной диэлектрической проницаемости по результатам измерения добротности, резонансной частоты и коэффициентов передачи резонатора был апробирован на образцах из фторопласта-4 и полистирола. Для фторопласта-4 получено $\varepsilon = 2,0$; для полистирола $\varepsilon = 2,5$. Вычисления проведены по формуле (2) при $\lambda = 0,8$ см, коэффициенте отражения R = 0,3. Полученные значения соответствуют эталонным значениям для данных материалов, приведенным в государственных стандартах. * * *

Установлена связь между непосредственно измеряемыми характеристиками отражения/прохождения резонатора с образцом и собственным материальным параметром образца. Это позволяет проводить измерения комплексной диэлектрической проницаемости наноструктурированных материалов резонансным методом, что имеет различные практические приложения.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Вайнштейн Л. А. Теория дифракции и факторизации. М., 1966.

2. Кугушев А. М., Голубева Н. С., Митрохин В. Н. Электродинамика и распространение радиоволн: учеб. пособие для вузов по спец. «Радиотехника». М., 2001.

3. Ильинский А. С., Слепян Г. Я. Колебания и волны в электродинамических системах с потерями. М., 1983.

4. Лабунов В. А., Комаров Ф. Ф., Карпович В. А., Родионова В. Н., Комиссаров И. В., Карпович В. Б., Становой П. Г., Танана О. В., Марковский А. В. Электромагнитные характеристики наноуглеродных композитных материалов в СВЧ-диапазоне // Фуллерены и наноструктуры в конденсированных средах: сб. науч. ст. Института тепло- и массообмена им. А. В. Лыкова НАН Беларуси. Минск, 2011. С. 14–22.

Поступила в редакцию 29.01.13.

Ольга Валерьевна Танана – ассистент кафедры физики Полоцкого государственного университета. Научный руководитель – Г. Я. Слепян.

Виктор Аркадьевич Карпович – кандидат физико-математических наук, заведующий лабораторией радиофизических исследований Института ядерных проблем БГУ.

Григорий Яковлевич Слепян – доктор физико-математических наук, профессор Тель-Авивского университета (Израиль).