ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ НАХОЖДЕНИЯ ТРАНСФОРМИРУЮЩЕЙ МАТРИЦЫ

В.М.Ширяев, Г.П.Размыслович

Белгосуниверситет, факультет прикладной математики и информатики,

Независимости 4, 220050 Минск, Беларусь

{Shyryaev,Razmysl}@bsu.by

Предлагаемый метод отличается от уже известных тем, что не требует вычислений собственных значений и применим к матрицам над любым полем P.

Пусть A и B — две подобные не скалярные матрицы порядка n над произвольным полем P. Требуется найти невырожденную матрицу S, удовлетворяющую условию $AS = SB$. Согласно [1] последнее равенство равносильно равенству

$$(A \otimes E_n - E_n \otimes B^T)\tilde{S} = O_{n^2,1}, \tag{1}$$

где знак $\otimes$ — означает кронекеровское произведение матриц, а столбец $\tilde{S}$ — это результат линеаризации матрицы S, т.е. каждая строка транспонируется и вставляется в соответствующее место столбца $\tilde{S}$. Матрица $C = A \otimes E_n - E_n \otimes B^T$ уравнения (1) разбивается на полосы-строки, состоящие из матриц порядка n :

$$C = \begin{bmatrix} a_{11}E_n - B^T & a_{12}E_n & \dots & a_{1n}E_n \\ a_{21}E_n & a_{22}E_n - B^T & \dots & a_{2n}E_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1}E_n & a_{n2}E_n & \dots & a_{nn}E_n - B^T \end{bmatrix}.$$

Эта матрица является исходной для применения ряда элементарных преобразований, состоящих в том, что одна полоса-строка умножается слева на подходящую матрицу n-го порядка и прибавляется к другой для получения нулевой матрицы на соответствующем месте. После некоторого числа таких преобразований одна полоса-строка должна превратиться в нулевую, так как характеристические многочлены матриц A и B^T равны, и элиминируются. В результате процесс приводит к стандартной матрице, скажем, к матрице вида $[E_r|D]$, где

$r = \mathrm{rank} C < n^2$, откуда можно получить все решения уравнения (1), а следовательно найти матрицу S.

Литература

1 *Деменчук А.К., Комраков Б.Б., Размыслович Г.П., Ширяев В.М.* Матричный анализ в примерах и задачах. Минск. Изд-во БГУ, 2008 158 с.