

АСИМПТОТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В КУРСЕ МАТЕМАТИКИ ТЕХНИЧЕСКОГО ВУЗА

Г.Л. Бахмат

БНТУ, пр-т Независимости 65, 220027, Минск, Беларусь

В задачи математического анализа входит исследование асимптотических свойств функций. Однако асимптотика до сих пор остается слабым местом вузовского курса математики в его традиционном построении. На практических занятиях принято ограничиваться только вычислением пределов и нахождением линейных асимптот. Это довольно бедный круг задач. В действительности содержание теории пределов значительно богаче и важнее практически. Теория пределов служит источником предельных эквивалентностей - приближенных формул со специфическими свойствами точности. Важность эквивалентностей ясна математику, но остается скрытой от инженера. В виде эксперимента на кафедре «Высшая математика №3» БНТУ была сделана попытка включить элементы асимптотического анализа в материал теоретического курса и практических занятий. В качестве главной асимптотической задачи избрано получение для данной функции $f(x)$ при $x \rightarrow 0$ по возможности простой эквивалентной функции $q(x)$. Для этого студентам излагается специальная теория и приемы. Такие как, например, усиленные асимптотические равенства и неравенства, общее понятие асимптоты (не обязательно линейной), предельная эквивалентность функций, эквивалентное преобразование дроби и суммы и его применение к нахождению пределов по Лопиталю, эквивалентные преобразования композиций, потенцирование эквивалентностей, уточнение асимптотических выражений (например, второй член асимптотики), интегрирование и дифференцирование асимптотических соотношений, асимптотическое решение трансцендентных уравнений, анализ остаточных членов и т.д.

Понимание студентами асимптотических разложений особенно эффективно на примере «стандартных разложений». Их источником служит формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано. Студент должен знать о ее роли, как «генераторе» асимптотических представлений и мажорантных оценок погрешности.

Элементы асимптотики включались в индивидуальные домашние задания по исследованию функций и ее производной. Студент должен был находить на границах интервалов непрерывности функции два первых члена асимптотики, выявить, составляют ли они асимптоту, проконтролировать с помощью первого из этих членов вывод о знаке функции вблизи упомянутых границ. При этом в качестве упражнения предлагалось провести численное исследование точности асимптотических представлений.

Этот материал повышает прикладную значимость теории пределов и престиж курса анализа в глазах студентов. Студент, получивший подготовку по элементам асимптотики, уверенно пользуется ею в задачах исследования сходимости несобственных интегралов и рядов. В дальнейшем облегчается понимание студентами асимптотических аспектов теории интегралов с переменным верхним пределом, частных сумм рядов, а затем теории вероятностей и математической статистики