

ОБОБЩЕННАЯ ЛОКАЛЬНАЯ СИММЕТРИЧНОСТЬ ОДНОРОДНЫХ ПЕРИОДИЧЕСКИХ Φ -ПРОСТРАНСТВ

Ю.Д. Чурбанов

Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь
churbanovi@tut.by

Пусть G/H является однородным Φ -пространством порядка k [1] (k -симметрическим пространством [2]).

Обозначим через $\mathfrak{m}^\varphi$ подпространство касательного пространства $\mathfrak{m}$ k -симметрического пространства, порожденное элементами вида $[X, \theta X]$, введенное в рассмотрение В.В. Балащенко [3].

Лемма 1. $\mathfrak{m}^\varphi \subset \mathfrak{h}$ тогда и только тогда, когда $[\mathfrak{m}_i, \mathfrak{m}_j] = 0$ для всех $i, j = \overline{1, a}$, $i \neq j$.

Условие $\mathfrak{m}^\varphi \subset \mathfrak{h}$ в некотором смысле является обобщением локальной симметричности (т.е. $[\mathfrak{m}, \mathfrak{m}] \subset \mathfrak{h}$) для однородных периодических Φ -пространств, поскольку оно выполняется в случае симметрических пространств. Выявлены случаи для однородных периодических Φ -пространств, когда это условие равносильно локальной симметричности этих пространств.

Теорема 1. Пусть G/H — однородное периодическое риманово Φ -пространство, которое является естественно редуктивным и порядок автоморфизма Φ не кратен трем. В этом случае $\mathfrak{m}^\varphi \subset \mathfrak{h}$ тогда и только тогда, когда G/H локально симметрично.

Теорема 2. Пусть G/H — однородное периодическое риманово Φ -пространство на котором существует такая инвариантная риманова структура почти произведения P , что $\forall X, Y \in \mathfrak{m} \quad P_0[X, Y]_{\mathfrak{m}} = -[X, P_0 Y]_{\mathfrak{m}}$. Тогда G/H является локально симметрическим пространством.

Теорема 2. Пусть G/H — риманово Φ -пространство порядка либо 2^k , либо 5^k , либо $2^k 5^n$. Тогда условие $\mathfrak{m}^\varphi \subset \mathfrak{h}$ равносильно локальной симметричности этого пространства.

Литература

1. Степанов Н.А. Основные факты теории φ -пространств // Изв. ВУЗов. Математика. 1967. № 3. С. 89–95.
2. Ковальский О. Обобщенные симметрические пространства, М.: Мир, 1984. 240 с.
3. Balashchenko V. V. Invariant Structures Generated by Lie Group Automorphisms on Homogeneous Spaces // Contemporary Geometry and Related Topics. World Scientific, New Jersey, 2004. P. 1–32.