ПРИБЛИЖЕННО КЕЛЕРОВЫ И ЭРМИТОВЫ f-СТРУКТУРЫ НА ОДНОРОДНЫХ Φ-ПРОСТРАНСТВАХ ПОРЯДКА k

А.С. Самсонов

Белгосуниверситет, механико-математический факультет,

Независимости 4, 220030 Минск, Беларусь

Andrey.S.Samsonov@gmail.com

Пусть G — связная группа Ли с автоморфизмом Φ ($\Phi^k = id$, $k \geqslant 3$). Рассмотрим *однородное* Φ*-пространство* [1] G/H порядка k. Пусть $\mathfrak{g}$, $\mathfrak{h}$ — соответствующие алгебры Ли, $\varphi = d\Phi_e$ — автоморфизм алгебры $\mathfrak{g}$, причем $\varphi^k = id$. Для *редуктивного* [2] пространства G/H запишем каноническое редуктивное разложение: $\mathfrak{g} = \mathfrak{h} \oplus \mathfrak{m} = \mathfrak{m}_0 \oplus \mathfrak{m}$. Обозначим

$\theta=\varphi|_{\mathfrak{m}}$, $s=[\frac{k-1}{2}]$ (целая часть). Для автоморфизма φ запишем разложение подпространства $\mathfrak{m}$: при четном k $\mathfrak{m}=\mathfrak{m}_1\oplus\ldots\oplus\mathfrak{m}_s\oplus\mathfrak{m}_{s+1}$, при нечетном k $\mathfrak{m}=\mathfrak{m}_1\oplus\ldots\oplus\mathfrak{m}_s$, где некоторые подпространства могут быть нулевыми (спектр оператора θ не максимален).

Любая каноническая f-структура может быть записана в виде (см. [3,4]): $f=(\zeta_1 J_1,\ldots,\zeta_s J_s)$, где $J_1,\ldots,J_s$ — специально определенные почти комплексные структуры ($J_i^2=$ char"3D -1) соответственно на $\mathfrak{m}_1,\ldots,\mathfrak{m}_s$, $\zeta_i\in\{-1;0;1\}$, $i=\overline{1,s}$. Если подпространство $\mathfrak{m}_i$ не тривиально, $\zeta_i=1$, остальные $\zeta_j=0$ $(j\neq i)$, обозначим структуру f через f_i. Такие структуры называются базовыми f-структурами.

Укажем следующие классы обобщенной эрмитовой геометрии [4, 5]:

— NKf (приближенно келеровы f-структуры): $\nabla_{fX}(f)fX=0$;

— Hf (эрмитовы f-структуры): $T(X,Y)=0$;

где X,Y — гладкие векторные поля на M, ∇ — связность Леви — Чивита на (M,g), T — композиционный тензор. Сформулируем полученные утверждения.

Теорема 1. *Для произвольных канонических f-структур f_i,f_j ($i=\overline{2,s}$, $j=\overline{1,s-1}$, $i>j$) на естественно редуктивном Φ-пространстве порядка k выполняются условия: $f_i\pm f_j\in NKf\Leftrightarrow[\mathfrak{m}_i,\mathfrak{m}_j]\subset\mathfrak{m}_{i\pm j}$.*

Теорема 2. *Пусть для f-структур f_i,f_j ($i=\overline{2,s}$, $j=\overline{1,s-1}$, $i>j$, $f_i,f_j\in Hf$) на естественно редуктивном Φ-пространстве порядка k выполняется $[\mathfrak{m}_i,\mathfrak{m}_j]\subset\mathfrak{m}_{i-j}$. Тогда:*

если $i\neq 2j$ то $f_i-f_j\in Hf$; если $i=2j$ то $f_i-f_j\in Hf\Leftrightarrow[\mathfrak{m}_i,\mathfrak{m}_j]=0$.

Теорема 3. *Пусть для f-структур f_i,f_j ($i=\overline{2,s}$, $j=\overline{1,s-1}$, $i>j$, $f_i,f_j\in Hf$) на естественно редуктивном Φ-пространстве порядка k выполняется $[\mathfrak{m}_i,\mathfrak{m}_j]\subset\mathfrak{m}_{i+j}$. Тогда:*

если $2i+j\neq k$ и $i+2j\neq k$ то $f_i+f_j\in Hf$;

если $2i+j=k$ или $i+2j=k$ то $f_i+f_j\in Hf\Leftrightarrow[\mathfrak{m}_i,\mathfrak{m}_j]=0$.

Например, с помощью теоремы 1. можно доказать полученные ранее результаты (см. [6]) для структур f_1,f_2 на серии однородных Φ-пространств порядка 6 групп $O(2,n)$.

Литература

1. *Феденко А.С.* Пространства с симметриями. Мн., 1977.

2. *Степанов Н.А.* Основные факты теории φ-пространств // Изв. ВУЗов. Математика. 1967. Т. 3. С. 88–95.

3. *Балащенко В.В.*, *Степанов Н.А.* Канонические аффинорные структуры классического типа на регулярных Φ-пространствах // Мат. Сб. 1995. Т. 11. С. 3–34.

4. *Balashchenko V.V.* Invariant nearly Kähler f-structures on homogeneous spaces // Contemporary Mathematics. 2001. P. 263–267.

5. *Кириченко В.Ф.* Методы обобщенной эрмитовой геометрии в теории почти контактных многообразий // Итоги науки и техники. Проблемы геометрии. 1986. Т. 18. С. 25–71.

6. *Самсонов А.С.* Однородные Φ-пространства псевдоортогональных групп $O(2,k)$ // Вестник БГУ. Сер.1: Физ. Мат. Информ. 2007. № 3. С. 112–118.