ВЕКТОРНЫЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ БЕСКОНЕЧНОГО ТИПА

О.Ю. Радько [1], Б.М. Дубров [2]

[1] Институт математики, ул. Сурганова 11, 220072, Минск, Беларусь
radko@islc.org

[2] Белорусский государственный университет, пр. Независимости 4, 220030, Минск, Беларусь
doubrov@islc.org

Каждое вполне неголономное векторное распределение D на гладком многообразии M индуцирует фильтрацию касательного расслоения TM и позволяет определить структуру градуированной нильпотентной алгебры Ли на ассоциированном градуированном пространстве $\mathrm{gr}T_pM$ для любой точки $p \in M$. Полученная таким образом алгебра Ли была построена впервые в работе Танаки [2] и называется *символом* векторного распределения. Обратно, для любой нильпотентной градуированной алгебры Ли $\mathfrak{m} = \sum_{i=1}^{\mu} \mathfrak{m}_{-i}$, порожденной $\mathfrak{m}_{-1}$, существует корректно определенное стандартное распределение $D(\mathfrak{m})$ типа $\mathfrak{m}$.

В работе [1] проведена классификация всех символов до размерности 7 включительно, а также вычислены алгебры симметрий всех стандартных распределений с полученными символами. В данной работе исследуются символы векторных распределений, алгебра симметрий которых бесконечномерна. Доказано, что в случае $\dim \mathfrak{m}_{-1} = 2$ все такие символы исчерпываются символами контактного распределения на пространстве джетов $J^k(\mathbb{R}, \mathbb{R})$.

В случае $\dim \mathfrak{m}_{-1} = 3$ все невырожденные символы распределений бесконечного типа имеют вид:

1) $\mathfrak{m} = \langle \mathfrak{X}, \mathfrak{Y}_1, \dots, \mathfrak{Y}_k, \mathfrak{Z}_1, \dots, \mathfrak{Z}_l \rangle$, где все ненулевые коммутационные соотношения исчерпываются следующими: $[X, Y_i] = Y_{i+1}$, $i = 1, \dots, k-1$, $[X, Z_j] = Z_{j+1}$, $j = 1, \dots, l-1$;

2) $\mathfrak{m}$ является расширением вида: $0 \to \mathfrak{a} \to \mathfrak{m} \to \mathfrak{n} \to 0$, где $\mathfrak{n}$ — символ произвольного вполне неголономного двумерного распределения (возможно, конечного типа), а $\mathfrak{a}$ — коммутативный идеал, изоморфный $\sum_{i=0}^{k} S^k(V^*)$, где $V = \mathfrak{n}_{-1}/\mathfrak{L}$ для некоторого одномерного подпространства $L \in \mathfrak{n}_{-1}$.

Для следующих случаев проведено полное описание пространств когомологий, описывающих такие расширения:

— $\mathfrak{n}$ является символом контактного распределения;

— $\mathfrak{n}$ есть символ двумерного невырожденного распределения на 5-мерном пространстве, алгебра симметрий которого изоморфна простой особой алгебре Ли типа G_2 (см. [3]).

Литература

1. *Kuzmich O.* Graded nilpotent Lie algebras in low dimensions // Lobachevskii J. Math. 1999. Vol. 3. P. 147-184.

2. *Tanaka N.* On differential systems, graded Lie algebras, and pseudo-groups // J. Math. Kyoto Univ. 1970. Vol. 10. P. 1–82.

3. *Cartan É.* Les systèmes de Pfaff à cinq variables et les équations aux dérivées partielles du second ordre // Ann. École Norm. Sup. 1910. Vol. 27. P. 109–122.