ТЕНЗОРЫ ВЕЙЛЯ ЛИНЕЙНЫХ СВЯЗНОСТЕЙ

Б.М. Дубров [1], **Н.П. Можей** [2]

[1] Белорусский государственный университет, пр. Независимости 4, 220030, Минск, Беларусь
doubrov@islc.org

[2] Белорусский государственный технологический университет, Свердлова 13а, 220050 Минск, Беларусь
mozhey@bstu.unibel.by

Множество всех тензоров Вейля линейной связности на n-мерном комплексно-аналитическом многообразии аффинной связности образует неприводимое представление относительно естественного действия группы $GL(n,\mathbb{C})$. В отличие от тензора кривизны (псевдо-)римановой метрики, к исследованию пространства орбит этого действия начиная с $n \geqslant 3$ не применимы классические методы геометрической теории инвариантов (см. [1]). В данной работе проводится детальный анализ случая $n = 3$ и описываются все орбиты действия $GL(3,\mathbb{C})$ на пространстве тензоров Вейля, имеющие недискретный стабилизатор. Данная классификация может рассматриваться как аналог классификации Петрова тензора кривизны четырехмерных лоренцевых метрик.

Описание неприводимых компонент в пространстве всех тензоров кривизны аффинных связностей без кручения было проведено Э. Картаном в [2]. Нетрудно показать, что для $n = 3$ пространство тензоров Вейля аффинных и проективных связностей Картана образует 15-мерное неприводимое представление группы $SL(3, \mathbb{C})$ со старшим весом $2\pi_1 + \pi_2$, где π_1 и π_2 — фундаментальные веса алгебры Ли типа A_2. Оно может быть описано как пространство всех тензоров в $S^2(V) \otimes V^*$ с нулевым следом.

Идея описания всех орбит с недискретным стабилизатором основана на рассмотрении возможных стабилизаторов, которые являются алгебраическими подгруппами в $GL(3, \mathbb{C})$ ненулевой размерности. Каждая такая подгруппа представима в виде произведения редуктивной (в $GL(3, \mathbb{C})$) подгруппы и нормальной унипотентной подгруппы. За исключением нулевой орбиты и орбиты старшего вектора, все остальные тензоры Вейля имеют стабилизатор размерности 4 и менее, что позволяет эффективно описать все возможные стабилизаторы с точностью до сопряженности.

Далее, для каждого возможного стабилизатора H мы строим подпространство всех тензоров Вейля, устойчивых относительно действия H, и проводим их детальную классификацию с точностью до нормализатора $N(H)$, выделяя те из них, стабилизатор которых совпадает с H. Таким образом мы получаем 27 типов тензоров Вейля, имеющих недискретных стабилизатор. Наконец, в работе также рассмотрено строение замыканий каждой из найденных орбит.

Литература

1. *Винберг Э.Б.* Эффективная теория инвариантов // Сб. работ “Алгебра”. МГУ, 1982. С. 27–33
2. *Картан Э.* Пространства аффинной, конформной и проективной связности. М.: Изд. МГУ, 1954.