ГЕОМЕТРИЯ 3-МЕРНЫХ ВЕКТОРНЫХ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ НА 6-МЕРНЫХ МНОГООБРАЗИЯХ

Б.М. Дубров

Белорусский государственный университет, пр. Независимости 4, 220030, Минск, Беларусь
doubrov@islc.org

В работе дается обзор известных результатов по локальной геометрии трехмерных вполне неголономных векторных распределений D на 6-мерных гладких многообразиях и полностью решается задача локальной эквивалентности для оставшихся случаев.

Пусть $D^2 = D + [D, D]$ — так называемый квадрат распределения D. В соответствии с его размерностью задача разбивается на следующие случаи.

1. $\dim D^2 = 4$. Как показано Э. Картаном [1], это равносильно инволютивности распределения D при построении двумерных интегральных подмногообразий, а также наличию нетривиальных одномерных характеристик. После факторизации по характеристическому распределению данный случай сводится к двумерным распределениям на 5-мерных многообразиях, с каждым из которых естественным образом ассоциируется параболическая G_2-геометрия.

2. $\dim D^2 = 5$. Определим $\sqrt{D}$ как наибольшее двумерное подраспределение в D, квадрат которого также лежит в D. В случае, когда распределение $\sqrt{D}$ неинтегрируемо, задача сводится к исследованию вполне неголономных двумерных распределениях и решена в [2]. В частности, с каждым из таких распределений связана либо G_2-геометрия, либо геометрия со структурной группой $GL(2,\mathbb{R}) \leftthreetimes N_7$, где N_7 — семимерная группа Гейзенберга.

Случай, когда распределение $\sqrt{D}$ инволютивно, ранее не рассматривался. Доказано, что в этом случае распределение D является неинволютивной дифференциальной системой, связанной с парой дифференциальных уравнений в частных производных на одну функцию от двух переменных. В зависимости от типа этой системы с данным распределением естественным образом ассоциируется либо $SL(4,\mathbb{R})$-геометрия (гиперболический тип), либо $SU(2,2)$-геометрия (эллиптический тип). В каждом из этих случаев описана полная система фундаментальных инвариантов и дана их геометрическая интерпретация. В случае параболического типа показано, что такие распределения имеют, вообще говоря, бесконечный тип, и приведены примеры распределений с бесконечномерной алгеброй симметрий.

3. $\dim D^2 = 6$. Этот случай подробно рассмотрен Р. Брайантом [3] и приводит к параболической геометрии со структурной группой $SO(4,3)$.

Литература

1. *Cartan É.* Les systèmes de Pfaff à cinq variables et les équations aux dérivées partielles du second ordre // Ann. École Norm. Sup. 1910. Vol. 27. P. 109–122.

2. *Doubrov B., Zelenko I.* A canonical frame for nonholonomic rank two distributions of maximal class // C.R. Acad. Sci. Paris. Ser. I. Vol. 342. Issue 8. P. 589-594.

3. *Bryant R.* Conformal geometry and 3-plane fields on 6-manifolds // Developments of Cartan Geometry and Related Mathematical Problems, RIMS Symposium Proceedings, Vol. 1502 (July, 2006). P. 1–15.