

ГЕОМЕТРИЯ ИНВАРИАНТНЫХ СТРУКТУР НА 6-МЕРНОЙ ОБОБЩЕННОЙ ГРУППЕ ГЕЙЗЕНБЕРГА

В.В. Балащенко, А.Ю. Бондарь

Белорусский государственный университет,
пр. Независимости, 4, 220030 Минск, Беларусь
balashchenko@bsu.by, bondar87@mail.ru

*Обобщенные группы Гейзенберга (группы типа H), входящие в класс нильпотентных групп Ли индекса 2, были введены в 1980-х годах в серии работ А.Каплана (см., напр., [1]) и стали источником контрпримеров для ряда гипотез в дифференциальной геометрии и глобальном анализе. Особую роль играет 6-мерная обобщенная группа Гейзенберга (N, g) , где g — левинвариантная риманова метрика на N , которая не является естественно редуктивной. В частности, в [2] было установлено, что (N, g) является одновременно однородным римановым 3- и 4-симметрическим пространством (в иной терминологии, *однородным Φ -пространством* порядка 3 и 4) для надлежащих метрических автоморфизмов Φ группы N . Используя этот факт и общие результаты о канонических структурах на однородных Φ -пространствах, на однородном Φ -пространстве (N, g) порядка 4 была построена каноническая f -структура f , которая оказалась, в частности, неинтегрируемой приближенно келеровой f -структурой (NKf -структурой: $\nabla_{fX}(f)fX = 0$, где ∇ — связность Леви — Чивита) [3]. Были установлены также и другие ее связи с обобщенной эрмитовой геометрией [4].*

Наряду с этим, в [2] была поставлена задача дальнейшего выяснения связи обобщенных групп Гейзенберга с теорией однородных k -симметрических пространств. В этом направлении получен следующий результат: группа Гейзенберга (N, g) является также римановым однородным Φ -пространством порядка 6. Это позволило, следуя [5], построить на N 4 канонические f -структуры: базовые структуры f_1 и f_2 , причем f_1 совпала с вышеупомянутой канонической структурой f , а структуры $f_3 = f_1 + f_2 = J_1$ и $f_4 = f_1 - f_2 = J_2$ являются почти эрмитовыми, при этом J_2 совпадает с построенной в [2] канонической почти комплексной структурой для (N, g) как для однородного 3-симметрического пространства. Исследована связь полученных структур с обобщенной эрмитовой геометрией. В частности, f -структура f_2 является одновременно приближенно келеровой f -структурой

и эрмитовой f -структурой ($T(X, Y) = 0$, где T — композиционный тензор [4]), при этом она не интегрируема.

Литература

1. *Kaplan A.* On the geometry of groups of Heisenberg type // Bull. London Math. Soc. 1983. V. 30. P. 35–42.
2. *Tricerri F., Vanhecke L.* Homogeneous structures on Riemannian manifolds // London Math. Soc. LN Ser. No. 83. 1983.
3. *Balashchenko V.V.* Invariant nearly Kähler f -structures on homogeneous spaces // Contemporary Mathematics. 2001. V. 288. P. 263–267.
4. *Кириченко В.Ф.* Методы обобщенной эрмитовой геометрии в теории почти контактных многообразий // Итоги науки и техники. Проблемы геометрии. ВИНТИ АН СССР 1986. Т. 18. С. 25–71.
5. *Балащенко В.В., Степанов Н.А.* Канонические аффинорные структуры классического типа на регулярных Φ -пространствах // Матем. сб. 1995. Т. 186. № 11. С. 3–34.