Литература

1. *Ядченко А.А.* Конечные неприводимые линейные группы 2-степени // Тезисы докл. Международной конференции, посвящ. 70-летию Л.А. Шеметкова. Гомель, 2007. с. 140–141.

СПЕЦИАЛЬНЫЕ ФАКТОРЫ ВНЕШНИХ ФОРМ ГРУПП ТИПА A_n

В.И. Янчевский

Институт математики НАН Беларуси,
Сурганова 11, 220072 Минск. Беларусь
yanch@im.bas-net.by

Пусть K/k ($\mathrm{char}\, k \neq 2$) — квадратичное расширение полей с нетривиальным k-автоморфизмом σ и D/K — конечномерная центральная алгебра с делением и инволюцией Σ, имеющей σ ограничением на K. Обозначим через $Nrd : D^* \longrightarrow K^*$ гомоморфизм приведенной нормы мультипликативных групп D и K соответственно. Положим

$$[D^*, D^*] \text{ — коммутант } D^*,$$

$$SL_1(D) = \{d \in D^* \mid Nrd(d) = 1\}, \quad SK_1(D) = SL_1(D)/[D^*, D^*];$$

$$U_1(D,\Sigma) = \{d \in D^* \mid d^{\Sigma}d = 1\}, \quad [U_1(D,\Sigma), U_1(D,\Sigma)] \text{ — коммутант } U_1(D,\Sigma),$$

$$SU_1(D,\Sigma) = U_1(D,\Sigma) \cap SL_1(D), \quad K_1SU_1(D,\Sigma) = SU_1(D,\Sigma)/[U_1(D,\Sigma), U_1(D,\Sigma)].$$

Хорошо известно, что для внешних форм анизотропных групп типа A_n группа $K_1SU_1(D,\Sigma)$ является аналогом группы $SK_1(D)$. Строение групп $SL_1(D)$ интенсивно изучалось многими авторами (см, например, [1]). О строении групп $SU_1(D,\Sigma)$ известно очень немного. Лишь недавно в [2] было показано, что для тел D по крайней мере индекса 3 группа $K_1SU_1(D,\Sigma)$, вообще говоря, нетривиальна. Даже если ограничиваться важными специальными полями (например, глобальными), о строении групп $SU_1(D,\Sigma)$ известно очень мало. В случае тел кватернионов D над полями алгебраических чисел недавно Сури [3], опираясь на глубокую теорему Маргулиса [4], вычислил группу $K_1SU_1(D,\Sigma)$. Цель доклада, используя основной результат из [5], получить доказательство утверждения без привлечения теоремы Маргулиса, а также обсудить перспективы исследований, связанных с изучением внешних форм типа A_n анизотропных алгебраических групп.

В заключение сформулируем основной результат о факторах $K_1SU_1(D,\Sigma)$ в случае кватернионных алгебр:

Теорема 1. *Пусть k — глобальное поле (char $k \neq 20$, K — его квадратичное расширение, σ — нетривиальный k-автоморфизм поля K и A/k — кватернионная алгебра с делением, $D = A \otimes_k K$. Положим $\Sigma = \tau \otimes \sigma$, где τ — каноническая инволюция сопряжения на A. Для множества T неархимедовых точек ветвления алгебры A и $v \in T$ пусть k_v — пополнение поля k в точке v. Тогда*

$$K_1SU_1(D,\Sigma) = \bigoplus_{v \in T} \mathbb{Z}/n_v\mathbb{Z},$$

где в случае:

(i) $K \otimes_k k_v/k$ — не разветвлено $n_v = q_v + 1$ (q_v — число элементов в поле вычетов $\overline{k}_v$ поля k_v0;

(ii) $K \otimes_k k_v/k$ — вполне разветвлено $n_v = 2$ при char $\overline{k}_v \neq 2$ и $n_v = 1$ при char $\overline{k}_v = 2$;

(iii) $K \otimes_k k_v/k$ — не поле $n_v = 1$.

Литература

1. *В.П. Платонов, А.С. Рапинчук* Алгебраических группы и теория чисел // М.: Наука, 1991. 656 с.
2. *B.A. Sethuraman, B. Sury* On the special unitary group of a division algebra // Proc. Amer. Math. Soc. 2005. V. 134. P. 351–354.
3. *B. Sury* On $SU(1,D)/[U(1,D),U(1,D)]$ for a quaternion division algebra D // Archiv der Mathematik. 2008. V. 90, № 6. P. 493–500.
4. *G.A. Margulis* On the multiplicative group of a quaternion algebra over a global field // Soviet Math. Doklady. 1980. V. 252. P. 542–546.
5. *А.В. Прокопчук* О некоторых образующих мультипликативных групп тел кватернионов над глобальными полями // X Белорусская математическая конференция". 3–7 ноября 2008 года. Минск.

ON THE HASSE PRINCIPLE, R-EQUIVALENCE AND WEAK APPROXIMATION IN LINEAR ALGEBRAIC GROUPS OVER PSEUDOGLOBAL FIELDS

V. Andriychuk

Lviv Ivan Franko National University
1 Universytetska str., 79000 L'viv, Ukraine
vandriychuk@mail.ru

Let k be a pseudoglobal fields of characteristic zero, i.e. an algebraic function field in one variable with pseudofinite [1] constant field of characteristic zero. It is known [2] that the field k has the following properties:

1) its cohomological dimension is 2;
2) index and exponent of central simple algebras over k coincide;
3) the maximal abelian extension of k has cohomological dimension 1;
4) $H^1(k,G)=1$ for any semisimple simply connected linear algebraic group over k.

The results of J.-L. Colliot-Thélène, P. Gille and R. Parimala [3] imply that for linear algebraic groups over fields with properties 1)–4) many arithmetical features of linear algebraic groups over global fields remain true in this more general situation. Some of such features for linear algebraic groups over pseudoglobal fields are quoted in the following theorem.

Theorem 1. *The group of R-equivalence classes and the defect of weak approximation are trivial for simply connected, adjoint, absolutely almost simple groups, and for inner forms of groups splitting by a metacyclic extension. They are finite for arbitrary connected linear algebraic group. Moreover, for a connected linear algebraic group the obstruction to the Hasse principle is a finite abelian group, and it is trivial for simply connected groups.*

References

1. *Ax. J.* The elementary theory of finite fields // Ann. of Math. 1968. V. 88. N. 2. P. 239–271.
2. *Andriychuk V.* On the Brauer group and the Hasse principle for pseudoglobal fields // Visnyk L'vivs'koho un-tu, Ser. mech.-math. 2003. V. 61. P. 3–12.
3. *Colliot-Thélène J.-L, Gille P., and Parimala R.* Arithmetic of linear algebraic groups over 2-dimensional geometric fields // Duke Math. J. 2004. V. 121. P. 285–341.