Согласно классической теореме Шура — Цассенхауза, всякая нормальная холлова подгруппа дополняема в основной группе и все ее дополнения сопряжены. В работах [1] и [2] были найдены аналоги этого результата для ненормальных холловых подгрупп. Некоторым уточнением результатов работ [1] и [2] является следующая теорема.

Теорема 1. *Пусть H — холлова подгруппа группы G и K — произвольное добавление к H в G. Если H перестановочна со всеми нильпотентными подгруппами из K, то H дополняема в G и все ее дополнения в G сопряжены.*

Кроме того, получено обобщение этого результата в рамках теории условно перестановочных (в смысле[3, 4]) подгрупп.

Литература

1. *Guo W., Shum K.P., Skiba A.N.* X-semipermutable Subgroups of Finite Groups // J Algebra. 2007. V. 315. P. 31-41.

2. *Guo W., Shum K.P., Skiba A.N.* Schur-Zassenhaus theorem for X-permutable subgroups // Algebra Colloqiuim. 2008. V. 15. N 2. P. 185-192.

3. *Guo W., Shum K.P., Skiba A.N.* Conditionally Permutable Subgroups and Supersolubility of Finite Groups // Southeast Asian Bull Math. 2005. V. 29. P. 493-510.

4. *Guo W., Shum K.P., Skiba A.N.* Criterions of Supersolubility for Products of Supersoluble Groups // Publ. Math. Debrecen // 2006. V. 68. N 3-4. P. 433-449.

АССОЦИАТИВНЫЕ КОЛЬЦА С ТОЖДЕСТВОМ ЛИЕВОЙ РАЗРЕШИМОСТИ

М.Б. Смирнов

БНТУ, Независимости 65, 220013 Минск, Беларусь
mbsmir-vm2@yandex.ru

Пусть R — ассоциативное кольцо, разрешимое класса n ($n > 2$) как кольцо Ли (разрешимость класса $n = 2$ означает метабелевость $[x_1, x_2, [x_3, x_4]] = 0$, где $[x, y] = xy - yx$).

В [1] было доказано, что такое кольцо по модулю нильпотентного идеала I, класса нильпотентности не выше $3 \cdot 15^{n-2}$ является центрально метабелевым, т.е. кольцо R/I удовлетворяет тождеству $[[x_1, x_2, [x_3, x_4]], x_5] = 0$. С точки зрения уменьшения многообразия в заключении теоремы там же было установлено, что кольцо R обладает нильпотентным идеалом J, класса нильпотентности не выше $8 \cdot 15^{n-2}$, таким, что R/J удовлетворяет тождествам центральной метабелевости и $\operatorname{Sym}\limits_{1,3,5}[[x_1, x_2][x_3, x_4], x_5] = 0$, где $\operatorname{Sym}\limits_{1,3,5}$ означает суммирование по всем перестановкам чисел $1, 3, 5$.

В тезисах анонсируются улучшенные доказательства этих теорем, в частности, оценки классов нильпотентности идеалов I и J понижаются соответственно до $3 \cdot 10^{n-2}$ и $4 \cdot 10^{n-2}$. Также построен пример, позволяющий оценить класс нильпотентности идеала I снизу, который в общем случае может достигать значения 2^{n-2}. Это показывает, что экпоненциальность роста класса нильпотентности в оценке сверху не может быть заменена полиномиальным ростом.

Литература

1. *Залесский А.Е., Смирнов М.Б.* Ассоциативные кольца. удовлетворяющие тождеству лиевой разрешимости. //Весцi АН БССР, сер фiз-мат. навук. 1982. № 2. С. 15 20.