ПРОИЗВЕДЕНИЕ КЛАССОВ КОНЕЧНЫХ π-ГРУПП

В.Н. Семенчук, С.Н. Шевчук

УО «Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины»,
ул. Советская, 104, 246019, г. Гомель, Беларусь
sshauchuk@gmail.com

В теории классов конечных групп важную роль играют классы всех π-групп (π — некоторое множество простых чисел), которые обозначаются $\mathfrak{G}_\pi$. Большинство важнейших классов конечных групп можно построить из классов $\mathfrak{G}_\pi$ с помощью операций пересечения и произведения классов.

Все рассматриваемые в работе группы конечны. Необходимые обозначения и определения можно найти в [1].

Рассмотрим следующую конструкцию. Пусть $\mathbb{N}$ — множество натуральных чисел. Обозначим через I любое подмножество $\mathbb{N}\times\mathbb{N}$. Пусть π_i, π_j — некоторые множества простых чисел, а $\mathfrak{G}_{\pi_i}$, $\mathfrak{G}_{\pi_j}$ — классы всех π_i- и π_j-групп соответственно. Пусть

$$\mathfrak{F}=\bigcap\nolimits_{(i,j)\in I}\mathfrak{G}_{\pi_i}\mathfrak{G}_{\pi_j},\quad \text{где } (i,j) \text{ пробегает все пары из } I.$$

Обозначим через $\pi(G)$ множество всех различных простых делителей порядка группы G, а через $\pi(\mathfrak{F})$ — множество всех различных простых делителей порядков груп из класса $\mathfrak{F}$.

Теорема 1. *Группа G $(\pi(G)\subseteq\pi(\mathfrak{F}))$ тогда и только тогда принадлежит формации $\mathfrak{F}=\bigcap_{(i,j)\in I}\mathfrak{G}_{\pi_i}\mathfrak{G}_{\pi_j}$, когда любая силовская подгруппа из G $\mathfrak{F}$-достижима в G.*

Следствие 1. *Пусть $\mathfrak{F}$ — множество всех π-нильпотентных групп. Группа G принадлежит $\mathfrak{F}$ тогда и только тогда, когда любая силовская подгруппа из G $\mathfrak{F}$-достижима в G.*

Следствие 2. *Пусть $\mathfrak{F}$ — множество всех π-замкнутых групп. Группа G принадлежит $\mathfrak{F}$ тогда и только тогда, когда любая силовская подгруппа из G $\mathfrak{F}$-достижима в G.*

Следствие 3. *Пусть $\mathfrak{F}$ — множество всех π-разложимых групп. Группа G принадлежит $\mathfrak{F}$ тогда и только тогда, когда любая силовская подгруппа из G $\mathfrak{F}$-достижима в G.*

Литература

1. *Шеметков Л.А.* Формации конечных групп. М : Наука 1978. 267 с.

К ТЕОРЕМЕ ШУРА — ЦАССЕНХАУЗА

А.Н. Скиба

Гомельский госуниверситет имени Ф. Скорины, Советская 104, 246019 Гомель, Беларусь
alexander.skiba49@gmail.com

Все рассматриваемые нами группы конечны. Напомним, что подгруппа H группы G перестановочна с подгруппой K, если $HK=KH$. Если $HK=G$, то K называют *добавлением к H* в G. Если же при этом $H\cap K=1$, то K называют *дополнением к H* в G.