

О l_n^ω -ПРИВОДИМЫХ n -КРАТНО ω -НАСЫЩЕННЫХ ФОРМАЦИЯХ РАЗРЕШИМОГО l_n^ω -ДЕФЕКТА 2

В.Г. Сафонов, И.Н. Сафонова

Гомельский государственный университет им.Ф.Скорины,
Советская 104, 246019 Гомель, Беларусь
safonov@minedu.unibel.by, safonova@gsu.unibel.by

Все рассматриваемые группы предполагаются конечными. Необходимую терминологию можно найти в [1-3].

Пусть ω — некоторое непустое подмножество множества всех простых чисел \mathbb{P} , $\omega' = \mathbb{P} \setminus \omega$. Функция вида $f : \omega \cup \{\omega'\} \rightarrow \{\text{формации}\}$ называется ω -локальным спутником. Через $LF_\omega(f)$ обозначается класс всех таких групп G , что $G/G_{\omega d} \in f(\omega')$ и $G/F_p(G) \in f(p)$ для любого $p \in \omega \cap \pi(G)$. Если формация \mathfrak{F} такова, что $\mathfrak{F} = \mathfrak{L}\mathfrak{F}_\omega(f)$, то говорят, что \mathfrak{F} ω -насыщенная формация, а f — её ω -локальный спутник.

Всякую формуацию считают 0-кратно ω -насыщенной. При $n \geq 1$ формуацию \mathfrak{F} называют n -кратно ω -насыщенной, если $\mathfrak{F} = LF_\omega(f)$, где все значения ω -локального спутника f являются $(n-1)$ -кратно ω -насыщенными формациями.

Совокупность l_n^ω всех n -кратно ω -насыщенных формаций является полной модулярной решеткой формаций [3]. Формации из l_n^ω называют l_n^ω -формациями.

Пусть \mathfrak{X} — некоторая совокупность групп. Тогда через $l_n^\omega \text{form} \mathfrak{X}$ обозначают n -кратно ω -насыщенную формуацию, порожденную совокупностью групп \mathfrak{X} , т. е. пересечение всех n -кратно ω -насыщенных формаций, содержащих \mathfrak{X} . Для любого подмножества $\{\mathfrak{F}_i \mid i \in I\}$ n -кратно ω -насыщенных формаций полагают $V_n^\omega(\mathfrak{F}_i \mid i \in I) = l_n^\omega \text{form}(\cup_{i \in I} \mathfrak{F}_i)$.

Пусть \mathfrak{H} — некоторый класс групп. Тогда n -кратно ω -насыщенную формуацию \mathfrak{F} называют минимальной n -кратно ω -насыщенной не \mathfrak{H} -формацией (или иначе \mathfrak{H}_n^ω -критической формацией), если $\mathfrak{F} \not\subseteq \mathfrak{H}$, но все собственные n -кратно ω -насыщенные подформации формации \mathfrak{F} содержатся в классе групп \mathfrak{H} .

Для любых двух l_n^ω -формаций \mathfrak{F} и \mathfrak{H} через $\mathfrak{F}/_n^\omega \mathfrak{H} \cap \mathfrak{F}$ обозначают решетку l_n^ω -формаций, заключенных между $\mathfrak{H} \cap \mathfrak{F}$ и \mathfrak{F} . При этом длину решетки $\mathfrak{F}/_n^\omega \mathfrak{H} \cap \mathfrak{F}$ (конечную или бесконечную) называют \mathfrak{H}_n^ω -дефектом формации \mathfrak{F} и обозначают $|\mathfrak{F} : \mathfrak{H} \cap \mathfrak{F}|_n^\omega$. В случае когда $\mathfrak{H} = \mathfrak{S}$ — формация всех разрешимых групп, то \mathfrak{S}_n^ω -дефект l_n^ω -формации называют её разрешимым l_n^ω -дефектом. l_n^ω -Формацию \mathfrak{F} называют l_n^ω -неприводимой, если $\mathfrak{F} \neq V_n^\omega(\mathfrak{X}_i \mid i \in \mathcal{I})$, где $\{\mathfrak{X}_i \mid i \in \mathcal{I}\}$ — набор всех собственных n -кратно ω -насыщенных подформаций из \mathfrak{F} . В противном случае, формуацию \mathfrak{F} называют l_n^ω -приводимой.

Развивая основной результат работы [4], нами доказана следующая

Теорема 1. Пусть \mathfrak{F} — l_n^ω -приводимая n -кратно ω -насыщенная формаация. Тогда и только тогда $|\mathfrak{F} : \mathfrak{S} \cap \mathfrak{F}|_n^\omega = 2$, когда \mathfrak{F} удовлетворяет одному из следующих условий:

- 1) $\mathfrak{F} = \mathfrak{H}_1 V_n^\omega \mathfrak{H}_2 V_n^\omega \mathfrak{M}$, где $\mathfrak{M} \subseteq \mathfrak{S}$, а \mathfrak{H}_1 и \mathfrak{H}_2 — различные минимальные n -кратно ω -насыщенные неразрешимые формации;
- 2) $\mathfrak{F} = \mathfrak{H} V_n^\omega \mathfrak{M}$, где $\mathfrak{M} \subseteq \mathfrak{S}$, \mathfrak{H} — l_n^ω -неприводимая n -кратно ω -насыщенная формаация разрешимого l_n^ω -дефекта 2, $\mathfrak{M} \not\subseteq \mathfrak{H}$.

Литература

1. Шеметков Л.А., Скиба А.Н. Формации алгебраических систем. М.: Наука, 1989.
2. Скиба А.Н. Алгебра формаций. Минск: Беларуская наука, 1997.
3. Скиба А.Н., Шеметков Л.А. Кратно ω -локальные формации и классы Фитtingа конечных групп. // Матем. труды. 1999. Т. 2. № 2. С. 114-147.
4. Сафонов В.Г., Сафонова И.Н. О приводимых ω -насыщенных формациях с разрешимым дефектом ≤ 2 // Известия Гом. гос. ун-та. 2005. № 5. С. 162-165.