

О СВОЙСТВАХ РЕШЕТКИ τ -ЗАМКНУТЫХ ТОТАЛЬНО ω -НАСЫЩЕННЫХ ФОРМАЦИЙ КОНЕЧНЫХ ГРУПП

В.Г. Сафонов

Гомельский государственный университет им.Ф.Скорины, Советская 104, 246019 Гомель, Беларусь
safonov@minedu.unibel.by

Все рассматриваемые группы предполагаются конечными. Мы придерживаемся терминологии принятой в [1–3].

Пусть ω – некоторое непустое подмножество множества всех простых чисел \mathbb{P} , $\omega' = \mathbb{P} \setminus \omega$. Функция вида $f : \omega \cup \{\omega'\} \rightarrow \{\text{формации}\}$ называется ω -локальным спутником. Через $LF_\omega(f)$ обозначается класс всех таких групп G , что $G/G_{\omega d} \in f(\omega')$ и $G/F_p(G) \in f(p)$ для любого $p \in \omega \cap \pi(G)$. Если формация \mathfrak{F} такова, что $\mathfrak{F} = \mathfrak{L}\mathfrak{F}_\omega(f)$, то говорят, что \mathfrak{F} ω -насыщенная формация, а f – её ω -локальный спутник. Всякую формацию считают 0 -кратно ω -насыщенной. При $n \geq 1$ формацию \mathfrak{F} называют n -кратно ω -насыщенной, если $\mathfrak{F} = LF_\omega(f)$, где все значения ω -локального спутника f являются $(n-1)$ -кратно ω -насыщенными формациями. Формацию n -кратно ω -насыщенную для любого целого неотрицательного n называют *тотально ω -насыщенной*. Подгрупповым функтором [2] называют отображение τ сопоставляющее каждой группе G такую систему ее подгрупп $\tau(G)$, что: 1) $G \in \tau(G)$; 2) для любых групп $H \in \tau(A)$ и $T \in \tau(B)$ и любого эпиморфизма $\varphi : A \rightarrow B$ имеет место $H^\varphi \in \tau(B)$ и $T^{\varphi^{-1}} \in \tau(A)$. Тотально ω -насыщенную формацию \mathfrak{F} называют τ -замкнутой, если $\tau(G) \subseteq \mathfrak{F}$ для любой группы $G \in \mathfrak{F}$. Пусть \mathfrak{X} некоторая совокупность групп. Тогда через $l_{\omega\infty}^\tau \text{form} \mathfrak{X}$ обозначают τ -замкнутую тотально ω -насыщенную формацию, порожденную совокупностью групп \mathfrak{X} , т.е. пересечение всех τ -замкнутых тотально ω -насыщенных формаций, содержащих \mathfrak{X} . Множество $l_{\omega\infty}^\tau$ всех τ -замкнутых тотально ω -насыщенных формаций относительно включения \subseteq образует полную решетку. Точной верхней и точной нижней гранями в $l_{\omega\infty}^\tau$ для подмножества $\{\mathfrak{F}_i \in l_{\omega\infty}^\tau \mid i \in I\}$ являются, соответственно, $\bigvee_{\omega\infty}^\tau (\mathfrak{F}_i \mid i \in I) = l_{\omega\infty}^\tau \text{form} (\bigcup_{i \in I} \mathfrak{F}_i)$ и $\bigcap_{i \in I} \mathfrak{F}_i$.

Теорема 1. *Решетка $l_{\omega\infty}^\tau$ всех τ -замкнутых тотально ω -насыщенных формаций является модулярной и алгебраической.*

Следствие 1. [4, 5] *Решетка l_{∞} всех тотально насыщенных формаций является модулярной.*

Следствие 2. [6, 7] *Решетка l_{∞}^τ всех τ -замкнутых тотально насыщенных формаций является модулярной и алгебраической.*

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования Республики Беларусь, проект М 08-07.

Литература

1. Шеметков Л.А., Скиба А.Н. Формации алгебраических систем. М.: Наука, 1989.
2. Скиба А.Н. Алгебра формаций. Мн.: Беларуская навука, 1997.
3. Скиба А.Н., Шеметков Л.А. Кратно ω -локальные формации и классы Фиттинга конечных групп. // Матем. труды. 1999. Т. 2. № 2. С. 114–147.
4. Сафонов В.Г. О двух задачах теории тотально насыщенных формаций // Докл. НАН Беларуси. 2005. Т. 49. № 5. С. 16–20.
5. Safonov V.G. On modularity of the lattice of totally saturated formations of finite groups // Comm. Algebra. 2007. Vol. 35. № 11. P. 3495–3502.
6. Сафонов В.Г. О модулярности решетки τ -замкнутых тотально насыщенных формаций конечных групп // Украинск. матем. журнал. 2006. Т. 58. № 6. С. 852–858.
7. Сафонов В.Г. Об алгебраичности решетки всех τ -замкнутых тотально насыщенных формаций // Алгебра и логика. 2006. Т. 45. № 5. С. 620–626.