В неразрешимых группах это свойство нарушается. Например, в знакопеременной группе порядка 60 нет $\{2,5\}$-холловых и $\{3,5\}$-холловых подгрупп.

Одним из фундаментальных результатов теории конечных групп является

Теорема Шура — Цассензауза (см. например, [1], теорема 4.32). *Если в конечной группе имеется нормальная π-холлова подгруппа, то в группе существует и π'-холлова подгруппа.*

Условие нормальности π-холловой подгруппы отбросить нельзя. Например, в любой группе существует силовская p-подгруппа для каждого простого p, но существование p'-холловых подгруппы для каждого простого p равносильно разрешимости группы, [1], следствие теоремы 4.36. Поэтому для существования π'-холловой подгруппы недостаточно только существование π-холловой подгруппы.

Ненильпотентная группа, у которой все собственные подгруппы нильпотентны, называется группой Шмидта. Эти группы впервые рассматривались О.Ю. Шмидтом [2], который доказал их бипримарность, нормальность одной силовской подгруппы и цикличность другой. Подробный обзор о строении групп Шмидта и их приложений в теории конечных групп имеется в [3]. Условимся называть $S_{<p,q>}$-группой — группу Шмидта с нормальной силовской p-подгруппой и циклической силовской q-подгруппой.

Доказана следующая теорема.

Теорема 1. *Пусть H — π-холлова подгруппа группы G. Предположим, что в группе G существует подгруппа K такая, что $G = HK$ и H перестановочна со всеми $S_{<p,q>}$-подгруппами из K для каждого $p \in \pi$. Тогда в группе G существует π'-холлова подгруппа.*

В случае, когда подгруппа H перестановочна со всеми подгруппами из K получаем теорему 4 работы [4].

Литература

1. *Монахов В. С.* Введение в теорию конечных групп и их классов. Минск: Вышэйшая школа. 2006.
2. *Шмидт О. Ю.* Группы, все подгруппы которых специальные // Матем сб. 1924. Т.31. С.366–372.
3. *Монахов В. С.* Подгруппы Шмидта, их существование и некоторые приложения // Труды Укр. матем. конгресса. Киев: Институт математики. 2002. С 81-90.
4. *Foguel T.* On seminormal subgroups // J. Algebra. 1994. V 165. P. 633–635.

ДИОФАНТОВЫ ПРИБЛИЖЕНИЯ ДЛЯ НОРМИРОВАННЫХ МНОГОЧЛЕНОВ ТРЕТЬЕЙ СТЕПЕНИ В РАЗНЫХ МЕТРИКАХ

Э.И. Ковалевская, И.М. Морозова, О.В. Рыкова

Белорусский государственный аграрный технический университет

пр. Независимости 99, 220023 Минск, Беларусь

ekovalevsk@mail.ru, INNA.MOROZOVA@tut.by

Рассматриваемые вопросы относятся к метрической теории диофантовых приближений на многообразиях. В настоящее время эта теория интенсивно развивается [1–4].

Доказаны две теоремы. В теореме 1 решена гипотеза Спринджука (1965 г.) в поле $\mathbb{C}\times\mathbb{Q}_p$ для нормированных многочленов третьей степени, что соответсвует однородным диофантовым приближениям. Теорема 2 распространяет теорему 1 на неоднородные диофантовы приближения в разных метриках.

Нормированным (или моническим) называется многочлен с целочисленными коэффициентами и старшим коэффициентом, равным 1. Пусть $P_n(y) = y^n + a_{n-1}y^{n-1} + \dots + a_1 y +$

$+a_0 \in \mathbb{Z}[y]$, $H = \max\limits_{0 \leqslant i \leqslant n-1}(1, |a_i|)$ — высота многочлена P_n. Эти многочлены привлекают внимание тем, что их корни — целые алгебраические числа. Если в качестве y взять трансцендентное число, то величина модуля $|P_n(y)|$ (в архимедовой и p-адической метриках) дает представление о близости числа y к целому алгебраическому числу.

Далее через $|x|_p$ будем обозначать p-адическую норму числа $x \in \mathbb{Q}_p$. В поле $\mathbb{C} \times \mathbb{Q}_p$ определим меру μ как произведение меры Лебега μ_1 в $\mathbb{C}$ и меры Хаара μ_2 в $\mathbb{Q}_p$, т.е. $\mu = \mu_1\mu_2$.

Теорема 1. *Пусть K — некоторый круг в $\mathbb{C}$, K_p — некоторый круг в $\mathbb{Q}_p$. Пусть $\psi : \mathbb{N} \to \mathbb{R}^+$ монотонно убывает и $\sum_{n=1}^{\infty} \psi(n) < \infty$. Тогда система неравенств*

$$|P_3(z)| < H^{\lambda_1}\psi^{\gamma_1}(H), \qquad |P_3(\omega)|_p < H^{\lambda_2}\psi^{\gamma_2}(H),$$

где $\lambda_1 \leqslant 1$, $\lambda_2 \leqslant 0$, $2\lambda_1 + \lambda_2 = 0$, $\gamma_1 \geqslant 0$, $\gamma_2 \geqslant 0$, $2\gamma_1 + \gamma_2 = 1$, имеет только конечное число решений в нормированных многочленах P_3 для почти всех (в смысле меры $\mu 0$ точек $(z, \omega) \in K \times K_p$.

Теорема 2. *В условиях теоремы 1 для каждого вектора $(d_1, d_2) \in \mathbb{C} \times \mathbb{Q}_p$ система неравенств*

$$|P_3(z) + d_1| < H^{\lambda_1}\psi^{\gamma_1}(H), \qquad |P_3(\omega) + d_2|_p < H^{\lambda_2}\psi^{\gamma_2}(H),$$

где $\lambda_1 \leqslant 1$, $\lambda_2 \leqslant 0$, $2\lambda_1 + \lambda_2 = -1$, $\gamma_1 \geqslant 0$, $\gamma_2 \geqslant 0$, $2\gamma_1 + \gamma_2 = 1$, имеет только конечное число решений в нормированных многочленах P_3 для почти всех (в смысле меры μ) точек $(z, \omega) \in K \times K_p$.

Работа выполнена в рамках государственной программы фундаментальных исследований Беларуси "Математические модели".

Литература

1. *Bernik V.I., Dodson M.M.* Metric Diophantine approximation on manifolds. Cambridge Tracts in Math. Vol. 137. Cambridge Univ. Press, 1999.

2. *Beresnevich V., Bernik V., Kleinbock D., Margulies G.A.* Metric Diophantine approximation: the Khintchine — Groshev theorem for non-degenerate manifolds // Moscow Math. J. 2002. T. 2. P. 203–225.

3. *Bugeaud Y.* Approximation by algebraic numbers. Cambridge Tracts in Math. Vol. 169. Cambridge Univ. Press, 2004.

4. *Kovalevskaya E.* Diophantine approximation in $\mathbb{C} \times \mathbb{Q}_p$ // Fourth International Conference on Analalitic and Probabilistic Methods in Number Theory, A.Laurinchičas and E.Manstavičius eds. TEV, Vilnius, 2007. P. 56–71.

О 2-СИГНАЛИЗАТОРАХ КОНЕЧНЫХ ПРОСТЫХ ГРУПП ЛИЕВА ТИПА

А.С. Кондратьев

Институт математики и механики, Ковалевской 16, 620219 Екатеринбург, Россия
a.s.kondratiev@imm.uran.ru

Понятие сигнализатора, введенное Дж. Томпсоном в [1], играет важную роль в теории конечных групп, в частности, в методе сигнализаторного функтора. Если G — конечная группа, p — простое число и P — некоторая силовская p-подгруппа из G, то любая P-инвариантная p'-подгруппа из G называется P-сигнализатором или просто p-сигнализатором в G. Случай 2-сигнализаторов вызывает особый интерес. В связи с объявлением о завершении классификации конечных простых групп Д. Горенстейн (см. [2, раздел