Теорема 2. *Если $\mathfrak{F}$ — доминантный класс Фишера, то класс Фиттинга $\mathfrak{F}\mathfrak{N}$ определяется H-функцией x такой, что $x(p) = L_{p'}(\mathfrak{F})$ для всех простых p. При этом функция x является наибольшей среди всех H-функций, которые принимают значения на классах Фишера и определяют класс $\mathfrak{F}\mathfrak{N}$.*

Литература

1. *Doerk K., Hawkes T.* Finite Soluble Groups. Walter de Gryeter, Berlin - New York, 1992.
2. *Hartley B.* On Fisher's dualization of formation theory // Proc. London Math.Soc., 1969. Vol. 3. P. 193–207.
3. *Vorob'ev N.T.* On a conjecture of Hawkes for radical classes // Sib. Math. J , 1996. Vol. 37. P. 1296–1302.
4. *Lockett P.* On the theory of Fitting classes // Math. Z., 1975. Vol. 131. № 3. P. 103–115.

О РЕШЕТОЧНЫХ СВОЙСТВАХ КЛАССОВ ФИТТИНГА

Е.Н. Залесская, Н.Н. Воробьев

УО "Витебский государственный университет им. П.М. Машерова",
Московский проспект 33, 210038 Витебск, Беларусь
alenushka0404@mail.ru, vornic2001@yahoo.com

Следуя [1], для пары классов Фиттинга $\mathfrak{F} \subseteq \mathfrak{H}$ определим отображение

$$\mathfrak{X} \to \mathfrak{X} \bigcap \mathfrak{F}^* \qquad (1)$$

из Locksec($\mathfrak{H}$) в Locksec($\mathfrak{F}$). Для $\mathfrak{S} \subseteq \mathfrak{E}$, где $\mathfrak{S}$ и $\mathfrak{E}$ — класс всех конечных разрешимых и класс всех конечных групп соответственно, отображение (1) является сюръективным (см. [1, X. 6.1]); другими словами, секция Локетта $\mathfrak{S}$ определяется секцией Локетта $\mathfrak{E}$. В работе [2] Локетт поставил проблему: верно ли, что отображение (1) сюръективно всегда, когда $\mathfrak{H} = \mathfrak{S}$. Впоследствии эта проблема стала известна как "гипотеза Локетта" [3].

Для произвольных локальных классов Фиттинга указанное отображение было построено в 1988 году Н.Т. Воробьевым [4]. Вместе с тем, Бергер и Косси [5] построили пример нелокального класса Фиттинга, который не удовлетворяет гипотезе Локетта (см., например, [1, X. 6.16]). Кроме примера Бергера-Косси до настоящего времени не известен ни один из классов Фиттинга, для которого гипотеза Локетта была бы неверна. Заметим также, что Бейдлеманом и Хауком [6] поставлена проблема отыскания других примеров классов Фиттинга, не удовлетворяющих гипотезе Локетта: существуют ли другие несюръективные отображения решетки всех нормальных классов Фиттинга в решетку секции Локетта, порожденной классами Фиттинга.

Найдены новые примеры несюръективных отображений решетки всех нормальных классов Фиттинга в решетку секции Локетта, порожденной классами Фиттинга.

Теорема 1. *Пусть класс Фиттинга $\mathfrak{Z} = \mathfrak{F}_*\mathfrak{Y}_i$, где $\mathfrak{F}$ — класс Фиттинга, построенный Бергером и Косси [5], $\{\mathfrak{Y}_i \mid i \in I\}$ — семейство насыщенных радикальных гомоморфов, таких, что $\mathfrak{Y}_i \cap \mathfrak{Y}_j = (1)$ при $i \neq j$, а $\cup_{i\in I}\mathfrak{Y}_i = \mathfrak{E}$. Тогда существует такое $i \in I$, что отображение решетки всех нормальных классов Фиттинга в решетку Locksec($\mathfrak{Z}$) не сюрьективно.*

Литература

1. *Doerk K., Hawkes T.* Finite soluble groups. Berlin–New York: Walter de Gruyter, 1992. 891 p.
2. *Lockett P.* The Fitting class $\mathfrak{F}^*$ // Math. Z. 1974. Vol. 137, №2. P. 131–136.

3. *Bryce R.A., Cossey J.* A problem in theory of normal Fitting classes // Math. Z. 1975. Vol. 141, №2. P. 99–110.

4. *Воробьев Н.Т.* О радикальных классах конечных групп с условием Локетта // Матем. заметки. 1988. Т. 43, №2. С. 161–168.

5. *Berger T.R., Cossey J.* An example in the theory of normal Fitting classes // Math. Z. 1977. Vol. 154. P. 287–293.

6. *Beidleman J.C., Hauck P.* Über Fittingklassen und die Lockett-Vermutung // Math Z. 1979. Bd. 167, №2. S. 161–167.

О СВОЙСТВАХ ПРЯМЫХ ПРОИЗВЕДЕНИЙ РАДИКАЛОВ ДЛЯ Λ-КЛАССОВ ФИШЕРА

Е.Н. Залесская, С.Н. Воробьев

УО "Витебский государственный университет им. П.М. Машерова",

Московский проспект 33, 210038 Витебск, Беларусь

alenushka0404@mail.ru, vornic2001@yahoo.com

Все рассматриваемые в работе группы конечны. В терминологии и обозначениях мы следуем [1].

Классом Фишера [2] называют класс Фиттинга $\mathfrak{F}$ конечных групп G, удовлетворяющий условию: если $G \in \mathfrak{F}$ и H — подгруппа группы G, содержащая нормальную подгруппу N группы G такую, что H/N является p-группой (p - некоторое простое число), то $H \in \mathfrak{F}$. Заметим, что семейство классов Фишера обширно: оно содержит локальные классы Фиттинга, в частности, все наследственные классы Фиттинга.

Расширим понятие класса Фишера, используя разбиение некоторого подмножества множества всех простых чисел P следующим образом.

Пусть π — непустое множество простых чисел и Λ — такое произвольное непустое множество, что выполняются следующие условия:

1) $\pi(\lambda)$ — непустое множество простых чисел для всех $\lambda \in \Lambda$;

2) $\pi = \bigcup_{\lambda\in\Lambda} \pi(\lambda)$;

3) $\pi(\lambda)\bigcap\pi(\delta) = \varnothing$ для каждого $\lambda \neq \delta(\lambda, \delta \in \Lambda)$.

Определение 1. Класс Фиттинга $\mathfrak{F}$ назовем Λ-классом Фишера, если из условий $G \in \mathfrak{F}$, $K \lhd G, K \subseteq H \subseteq G$ и того, что H/K является нильпотентной $\pi(\lambda)$-группой для некоторого $\lambda \in \Lambda$, всегда следует, что $H \in \mathfrak{F}$.

Заметим, что в случае, когда множество простых чисел $\pi = \Lambda = P$ и $\pi(\lambda) = \pi(p)$ для всех $\lambda \in \Lambda$, получаем, что Λ-класс Фишера является, в точности, классом Фишера.

Основополагающим результатом в теории классов Фиттинга является результат [3] о том, что каждый класс Фишера является классом Локетта. Напомним, что каждому непустому классу Фиттинга $\mathfrak{F}$ Локетт [3] сопоставляет класс $\mathfrak{F}^*$, который определяется как наименьший из классов Фиттинга, содержащий $\mathfrak{F}$, такой, что $\mathfrak{F}^*$-радикал прямого произведения $G \times H$ совпадает с прямым произведением $\mathfrak{F}^*$-радикалов G и H для всех групп G и H. Класс Фиттинга $\mathfrak{F}$ называют классом Локетта, если $\mathfrak{F} = \mathfrak{F}^*$.

Доказана

Теорема 1. *Любой Λ-класс Фишера для произвольного непустого множества простых чисел Λ является классом Локетта.*

Литература

1. *Doerk K., Hawkes T.* Finite soluble groups. Berlin-New York: Walter de Gruyter, 1992. 891 p.

2. *Hartley B.* On Fisher's dualization of formation theory // Proc. London Math. Soc. 1969. Vol. 3, No 2. P. 193-207.

3. *Lockett P.* On the theory of Fitting classes of finite solvable groups. Ph. D. thesis. University of Warwick, 1971.