

Целью сообщения является описание решетки CLF -идеалов у.о.а. диагональной алгебры Ли (чем и завершается все исследование) и изложение используемого метода.

Литература

1. Bratteli O. Inductive limits of finite dimensional C^* -algebras // Т.А.М.С. 1972. V. 171. P. 195-234.
2. Залесский А.Е. Групповые кольца индуктивных пределов знакопеременных групп // Минск. Препринт ИМ АН БССР. 1989. № 48(398).
3. Жилинский А.Г. Когерентные системы представлений индуктивных семейств простых комплексных алгебр Ли // Минск. Препринт ИМ АН БССР. 1990. № 38(438).
4. Жилинский А.Г. Когерентные системы конечного типа индуктивных семейств недиагональных вложений // ДАН Беларуси. 1992. Т. 36. № 1. С. 9-13.
5. Баранов А.А. Локально конечные факторалгебры универсальных обертывающих алгебр // ДАН Беларуси. 1996. Т. 40. № 2. С. 26-30.
6. Bahturin Y. and Strade H. Locally finite-dimensional simple Lie algebras // Russian Acad. Sci. Sb. Math. 1995. V. 81. № 1. P. 137-161.
7. Baranov A.A. and Zhilinskii A.G. Diagonal direct limits of simple Lie algebras // Communications in Algebra. 1999. V. 27. № 6. P. 2749-2766.

О ПОСТРОЕНИИ КЛАССОВ ФИТТИНГА ФУНКЦИЯМИ ХАРТЛИ, ОПРЕДЕЛЯЕМЫМИ ПОДГРУППАМИ ХОЛЛА

В.Н. Загурский¹, Н.Т. Воробьев²

¹ Витебский государственный технологический университет
Московский 72, 210035 Витебск, Беларусь
zagurski@yandex.ru

² Витебский государственный университет имени П.М. Машерова
Московский 33, 210015 Витебск, Беларусь
nicholas@vsu.by

Рассматриваются только конечные разрешимые группы. Используются обозначения и определения из [1].

Локальный метод изучения конечных разрешимых групп с помощью радикалов и классов Фиттинга был предложен Хартли [2]. Всякое отображение

$$f: \mathbb{P} \rightarrow \{\text{классы Фиттинга}\}$$

называется функцией Хартли или H -функцией [3].

Пусть $\pi = \text{Supp}(f) = \{p \in \mathbb{P} : f(p) \neq \emptyset\}$ — носитель f . Класс Фиттинга $\mathfrak{F}$ называют локальным [3], если $\mathfrak{F} = \mathfrak{S}_\pi \cap (\bigcap_{p \in \pi} f(p) \mathcal{N}_p \mathfrak{S}_{p'})$ для некоторой H -функции f . Функцию Хартли f класса Фиттинга $\mathfrak{F}$ называют полной и приведенной, если соответственно $f(p) \mathcal{N}_p = f(p)$ и $f(p) \subseteq \mathfrak{F}$ для всех простых p .

Напомним, что если $\mathfrak{X}$ — класс Фиттинга и π — некоторое множество простых чисел, то через $L_\pi(\mathfrak{X})$ [4] обозначают класс всех тех групп, в которых индекс любого $\mathfrak{X}$ -инъектора является π -числом.

В настоящем сообщении посредством класса Фиттинга $L_\pi(\mathfrak{X})$ мы описываем новые локальные задания классов Фиттинга.

Теорема 1. Пусть $\mathfrak{F}$ — локальный класс Фиттинга с наибольшей приведенной H -функцией F , $\pi = \text{Supp}(F)$. Тогда $\mathfrak{F}$ определяется полной H -функцией h такой, что $h(p) = L_{p'}(F(p))$ и $h(p)$ — класс Локетта для всех $p \in \pi$.

При дополнительных ограничениях на класс Фиттинга $\mathfrak{F}$ используем теорему 1 для описания наибольшей H -функции произведения $\mathfrak{F}\mathfrak{N}$ непустого класса Фиттинга $\mathfrak{F}$ и класса $\mathfrak{N}$ всех нильпотентных групп.

Теорема 2. Если $\mathfrak{F}$ — доминантный класс Фишера, то класс Фиттинга $\mathfrak{F}\mathfrak{N}$ определяется H -функцией x такой, что $x(p) = L_p'(\mathfrak{F})$ для всех простых p . При этом функция x является наибольшей среди всех H -функций, которые принимают значения на классах Фишера и определяют класс $\mathfrak{F}\mathfrak{N}$.

Литература

1. Doerk K., Hawkes T. Finite Soluble Groups. Walter de Gruyter, Berlin - New York, 1992.
2. Hartley B. On Fisher's dualization of formation theory // Proc. London Math. Soc., 1969. Vol. 3. P. 193-207.
3. Vorob'ev N.T. On a conjecture of Hawkes for radical classes // Sib. Math. J., 1996. Vol. 37. P. 1296-1302.
4. Lockett P. On the theory of Fitting classes // Math. Z., 1975. Vol. 131. № 3. P. 103-115.

О РЕШЕТОЧНЫХ СВОЙСТВАХ КЛАССОВ ФИТТИНГА

Е.Н. Залесская, Н.Н. Воробьев

УО "Витебский государственный университет им. П.М. Машерова",
Московский проспект 33, 210038 Витебск, Беларусь
alenushka0404@mail.ru, vornic2001@yahoo.com

Следуя [1], для пары классов Фиттинга $\mathfrak{F} \subseteq \mathfrak{H}$ определим отображение

$$x \rightarrow x \bigcap \mathfrak{F}^* \quad (1)$$

из $\text{Locksec}(\mathfrak{H})$ в $\text{Locksec}(\mathfrak{F})$. Для $\mathfrak{S} \subseteq \mathfrak{E}$, где $\mathfrak{S}$ и $\mathfrak{E}$ — класс всех конечных разрешимых и класс всех конечных групп соответственно, отображение (1) является сюръективным (см. [1, X. 6.1]); другими словами, секция Локетта $\mathfrak{S}$ определяется секцией Локетта $\mathfrak{E}$. В работе [2] Локетт поставил проблему: верно ли, что отображение (1) сюръективно всегда, когда $\mathfrak{H} = \mathfrak{S}$. Впоследствии эта проблема стала известна как "гипотеза Локетта" [3].

Для произвольных локальных классов Фиттинга указанное отображение было построено в 1988 году Н.Т. Воробьевым [4]. Вместе с тем, Бергер и Косси [5] построили пример нелокального класса Фиттинга, который не удовлетворяет гипотезе Локетта (см., например, [1, X. 6.16]). Кроме примера Бергера-Косси до настоящего времени не известен ни один из классов Фиттинга, для которого гипотеза Локетта была бы неверна. Заметим также, что Бейдлеманом и Хауком [6] поставлена проблема отыскания других примеров классов Фиттинга, не удовлетворяющих гипотезе Локетта: существуют ли другие несюръективные отображения решетки всех нормальных классов Фиттинга в решетку секции Локетта, порожденной классами Фиттинга.

Найдены новые примеры несюръективных отображений решетки всех нормальных классов Фиттинга в решетку секции Локетта, порожденной классами Фиттинга.

Теорема 1. Пусть класс Фиттинга $\mathfrak{Z} = \mathfrak{F} * \mathfrak{N}_i$, где $\mathfrak{F}$ — класс Фиттинга, построенный Бергером и Косси [5], $\{\mathfrak{N}_i \mid i \in I\}$ — семейство насыщенных радикальных гомоморфов, таких, что $\mathfrak{N}_i \cap \mathfrak{N}_j = (1)$ при $i \neq j$, а $\bigcup_{i \in I} \mathfrak{N}_i = \mathfrak{E}$. Тогда существует такое $i \in I$, что отображение решетки всех нормальных классов Фиттинга в решетку $\text{Locksec}(\mathfrak{Z})$ не сюръективно.

Литература

1. Doerk K., Hawkes T. Finite soluble groups. Berlin-New York: Walter de Gruyter, 1992. 891 p.
2. Lockett P. The Fitting class $\mathfrak{F}^*$ // Math. Z. 1974. Vol. 137, №2. P. 131-136.