О МОДУЛЯХ НАД ЦЕЛОЧИСЛЕННЫМИ ГРУППОВЫМИ КОЛЬЦАМИ РАЗРЕШИМЫХ ГРУПП

О.Ю.Дашкова

Киевский национальный университет им. Т.Г. Шевченко,
Владимирская 64, 01601 Киев, Украина
odashkova@yandex.ru

Пусть F — поле, A - векторное пространство над полем F, $GL(F,A)$ – группа всех F-автоморфизмов векторного пространства A. Группа $GL(F,A)$ и все ее подгруппы называются линейными группами. В [1] изучались подгруппы G группы $GL(F,A)$, которые обладают тем свойством, что семейство всех подгрупп группы G, имеющих бесконечную центральную размерность, удовлетворяет условию максимальности для подгрупп. Если G — подгруппа группы $GL(F,A)$, A может быть рассмотрен как FG-модуль. Обобщением этой ситуации является случай RG-модуля, где R – коммутативное кольцо, достаточно близкое к полю. Одним из обобщений конечномерного векторного пространства являются R-модули с условием минимальности (артиновы модули). В настоящей работе исследуется $\mathbf{Z}\,G$-модуль A такой, что фактор-модуль $A/C_A(G)$ не является артиновым $\mathbf{Z}$-модулем. В этом случае будем говорить, что коцентрализатор группы G в модуле A не является артиновым $\mathbf{Z}$-модулем. Обозначим символом $L_{naz}(G)$ семейство всех подгрупп группы G, коцентрализаторы которых в модуле A не являются артиновыми $\mathbf{Z}$-модулями. Если $L_{naz}(G)$ удовлетворяет условию максимальности, будем говорить, что группа G удовлетворяет условию максимальности для подгрупп, коцентрализаторы которых в модуле A не являются артиновыми $\mathbf{Z}$-модулями, или, просто, группа G удовлетворяет условию $max-naz$.

Доказаны следующие теоремы.

Теорема 1. *Пусть A — $\mathbf{Z}\,G$-модуль, группа G разрешима, ее коцентрализатор в модуле A не является артиновым $\mathbf{Z}$-модулем, и G удовлетворяет условию $max-naz$. Если фактор-группа $G/[G,G]$ не является конечно порожденной, то G удовлетворяет следующим условиям:*

1) A обладает рядом $\mathbf{Z}\,G$-подмодулей $<0>=C_0 \leqslant C_1 = C \leqslant C_2 \leqslant \ldots \leqslant C_n = A$, таким, что фактор-модуль A/C является артиновым $\mathbf{Z}$-модулем, а C_{j+1}/C_j — квазиконечными $\mathbf{Z}\,G$-модулями для каждого $j=0,1,\ldots,n-1$, $Q=G/C_G(C)$ — прюферова q-группа для некоторого простого числа q.

2) $H = C_G(C)\cap C_G(C_2/C_1)\cap C_G(C_n/C_{n-1})$ — нильпотентная нормальная подгруппа группы G.

3) Фактор-группа G/H почти абелева, а группа G обладает рядом нормальных подгрупп $H \leqslant R \leqslant V \leqslant G$ таким, что фактор-группа G/V конечна, V/R — прюферова q-группа, R/H - конечно порожденная группа, а V/H абелева.

Теорема 2. *Пусть A — $\mathbf{Z}\,G$-модуль, группа G разрешима, ее коцентрализатор в модуле A не является артиновым $\mathbf{Z}$-модулем, и G удовлетворяет условию $max-naz$. Если группа G является конечно порожденной, а коцентрализатор подгруппы $AD(G)$ в модуле A является артиновым $\mathbf{Z}$-модулем, то G удовлетворяет следующим условиям:*

1) G содержит нормальную нильпотентную подгруппу U такую, что фактор-группа G/U полициклическая.

2) Если $<1>=Z_0 \leqslant Z_1 \leqslant Z_2 \leqslant \ldots \leqslant Z_m = U$ — верхний центральный ряд группы U, тогда фактор-модули Z_{j+1}/Z_j - нетеровы $\mathbf{Z}<g>$-модули для каждого элемента $g \in G\backslash AD(G)$, $j=0,1,\ldots,m-1$.

Литература

1. *Kurdachenko L.A., Subbotin I.Ya.* Linear groups with the maximal condition on subgroups of infinite central dimension. Publicacions Mat 2006 V. 50 № 1 P. 103–131.