О ГИПОТЕЗЕ ЛОКЕТТА В ТЕОРИИ КЛАССОВ ФИТТИНГА

Н.Т. Воробьев, В.В. Шпаков

Витебский госуниверситет им. П.М. Машерова,

Московский 33, 210038 Витебск, Беларусь

slesh@tut.by

Рассматриваются только конечные и разрешимые группы. В терминологии и обозначениях мы следуем [1].

В теории классов конечных групп решение многих задач описания структуры классов Фиттинга и их классификации связано с применением операторов „ * “ и „ $_*$ “, которые были определены Локеттом [2] посредством свойств прямых произведений радикалов групп. Напомним, что для любого непустого класса Фиттинга $\mathfrak{F}$ класс Фиттинга $\mathfrak{F}^*$ определяется как наименьший содержащий $\mathfrak{F}$ такой, что для всех групп G и H справедливо равенство $(G \times H)_{\mathfrak{F}^*} = G_{\mathfrak{F}^*} \times H_{\mathfrak{F}^*}$ и $\mathfrak{F}_*$ — пересечение всех таких классов Фиттинга $\mathfrak{X}$, для которых $\mathfrak{X}^* = \mathfrak{F}^*$. Класс Фиттинга $\mathfrak{F}$ называют классом Локетта, если $\mathfrak{F} = \mathfrak{F}^*$. Локеттом [2] была сформулирована

Гипотеза. *Каждый ли розрешимый класс Фиттинга $\mathfrak{F}$ определяется как пересечение класса Фиттинга $\mathfrak{F}^*$ и некоторого нормального класса Фиттинга $\mathfrak{X}$?*

Первые результаты, относящиеся к гипотезе Локетта были получены Брайсом и Косси [3], которые подтвердили указанную гипотезу для локальных наследственных классов Фиттинга и показали, что разрешимый класс Фиттинга $\mathfrak{F}$ удовлетворяет гипотезе Локетта в точности тогда, когда $\mathfrak{F}_* = \mathfrak{F}^* \bigcap \mathfrak{S}_*$. Заметим, что при этом $\mathfrak{S}_*$ — минимальный нормальный класс Фиттинга.

Мы расширяем исследования в этом направлении, определяя класс Фиттинга с условием Локетта. Пусть $\varnothing \neq \mathfrak{F} \subseteq \mathfrak{X}$ — классы Фиттинга. Тогда $\mathfrak{F}$ назовем классом Фиттинга с условием Локетта в $\mathfrak{X}$ или $\mathfrak{L}_{\mathfrak{X}}$-классом, если $\mathfrak{F}_* = \mathfrak{F} \bigcap \mathfrak{X}_*$. В работе [4] было показано, что любой локальный класс Фиттинга является $\mathfrak{L}_{\mathfrak{S}}$-классом и удовлетворяет гипотезе Локетта.

Определение 1. Пусть σ — непустое множество простых чисел и Λ непустое множество таковы, что выполняются следующие условия: $\sigma = \bigcup_{\lambda \in \Lambda} \pi(\lambda)$; $\pi(\lambda) \neq \varnothing$ для всех $\lambda \in \Lambda$; $\pi(\lambda) \cap \pi(\mu) = \varnothing$ для $\lambda \neq \mu$ и $\lambda, \mu \in \Lambda$. Тогда класс Фиттинга:

(*а*) $\mathfrak{X}$ назовем $\vee_\lambda$-классом, если существует класс Фиттинга $\mathfrak{Y}$ такой, что $(\mathfrak{X}_* \mathfrak{S}_{\pi'(\lambda)} \bigcap \mathfrak{X}) \vee \mathfrak{Y} \mathfrak{S}_{\pi(\lambda)} = \mathfrak{X}$ для некоторого $\lambda \in \Lambda$;

(*б*) $\mathfrak{X}$ назовем $\vee_\Lambda$-классом, если $\mathfrak{X}$ является $\vee_\lambda$-классом для всех $\lambda \in \Lambda$ и $\sigma = \mathrm{Char}\,(\mathfrak{X})$.

Доказана

Теорема 1. *Каждый* $\vee_{\Lambda}$*-класс Фиттинга* $\mathfrak{F}$ *содержащийся в классе Фиттинга* $\mathfrak{X}$ *является* $\mathfrak{L}_{\mathfrak{X}}$*-классом*

Заметим, что из основного результата следует существование нового обширного семейства классов Фиттинга, удовлетворяющих гипотезе Локетта, содержащего, в частности, все локальные классы Фиттинга.

Литература

1 *Doerk K , Hawkes T.* Finite soluble Groups. Berlin-New York: Walter de Gruyter, 1992.

2. *Lockett P.* Fitting class $\mathfrak{F}^*$ // Math.Z. - 1974. - Bd.137, N 2.-S.131-136.

3. *Bryce R.A., Cossey J.* A problem in theory of normal Fitting classes // Math. Z. - 1975. - Band 141, N 2. - S.99 - 110.

4. *Воробьев Н.Т.* О радикальных классах конечных групп с условием Локетта // Математические заметки. - 1988. т.43, N 2. - С. 161-167.