

О ПЕРЕСТАНОВОЧНОСТИ ЭЛЕМЕНТОВ В n -АРНЫХ ПОЛУГРУППАХ

Г.Н. Воробьев, К.А. Решко

Могилевский государственный университет продовольствия, Шмидта, 3, 212027 Могилев, Беларусь
mti@mogilev.by

Согласно Посту, n -арная группа $\langle A, [] \rangle$ называется m -полуабелевой [1], если $m - 1$ делит $n - 1$ и последовательности $aa_1 \dots a_{m-2}b$ и $ba_1 \dots a_{m-2}a$ эквивалентны в $\langle A, [] \rangle$ для всех $aa_1 \dots a_{m-2}b \in A$. 2-Полуабелевы n -арные группы называют абелевыми, n -полуабелевы n -арные группы называют полуабелевыми [2]. Абелевы и полуабелевы n -арные полугруппы определяются теми же тождествами, что и абелевы и полуабелевы n -арные группы.

Следующее определение расширяет понятие m -полуабелевой n -арной группы на n -арные полугруппы.

Определение 1. Пусть $n = k(m - 1) + 1, k \geq 1$. n -Арная полугруппа $\langle A, [] \rangle$ называется m -полуабелевой, если в ней для любых $t = 0, 1, \dots, k - 1$ выполняется тождество

$$\begin{aligned} & [x_1 \dots x_{t(m-1)} x_{t(m-1)+1} x_{t(m-1)+2} \dots x_{(t+1)(m-1)} x_{(t+1)(m-1)+1} x_{(t+1)(m-1)+2} \dots x_{k(m-1)+1}] = \\ & = [x_1 \dots x_{t(m-1)} x_{(t+1)(m-1)+1} x_{t(m-1)+2} \dots x_{(t+1)(m-1)} x_{t(m-1)+1} x_{(t+1)(m-1)+2} \dots x_{k(m-1)+1}]. \end{aligned}$$

Теорема 1. Если n -арная полугруппа $\langle A, [] \rangle$ является производной от m -арной полугруппы $\langle A, () \rangle$, обладающей нейтральной (левой нейтральной, правой нейтральной) последовательностью, то из полуабелевости $\langle A, [] \rangle$ следует полуабелевость $\langle A, () \rangle$.

Следствие 1. Если n -арная полугруппа $\langle A, [] \rangle$ является производной от m -арной полугруппы $\langle A, () \rangle$, обладающей нейтральной (левой нейтральной, правой нейтральной) последовательностью, то из полуабелевости $\langle A, [] \rangle$ следует m -полуабелевость $\langle A, [] \rangle$.

Теорема 2. Если n -арная полугруппа $\langle A, [] \rangle$ является производной от t -арной полугруппы $\langle A, () \rangle$, то из полуабелевости $\langle A, () \rangle$ следует полуабелевость $\langle A, [] \rangle$.

Следствие 2. n -арная полугруппа $\langle A, [] \rangle$, производная от полугруппы A с единицей, является полуабелевой тогда и только тогда, когда A абелева.

Литература

1. Post E.L. Polyadic groups // Trans. Amer. Math. Soc. — 1940. — Vol.48, №2. — P. 208–350.
2. Гальмак А.М. n -Арные группы. Часть 2 — Минск: Изд. центр БГУ, 2007. — 324с.