

О ПОВЕДЕНИИ КВАДРАТИЧНЫХ УНИПОТЕНТНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ В МОДУЛЯРНЫХ ПРЕДСТАВЛЕНИЯХ СИМПЛЕКТИЧЕСКОЙ ГРУППЫ С БОЛЬШИМИ СТАРШИМИ ВЕСАМИ

М.В. Величко¹, И.Д. Супруненко²

¹ Белорусский государственный педагогический университет, Советская 18, Минск, Беларусь
`mar_vel@rambler.ru`

² Институт математики НАН Беларуси, Сурганова 11, 220072, Минск, Беларусь
`suprunenko@im.bas-net.by`

Исследуется структура блоков Жордана образов квадратичных унипотентных элементов в неприводимых модулярных представлениях симплектической группы с большими старшими весами относительно характеристики основного поля. Предполагается, что эта характе-

ристика нечетна и унипотентный элемент в естественном модуле имеет минимальный многочлен степени 2 и малую коразмерность пространства собственных векторов по сравнению с рангом группы. Оказывается, что если старший вес p -ограниченного представления достаточно велик по сравнению с характеристикой основного поля p , то образ такого элемента обычно (в некотором смысле, почти всегда) имеет блоки Жордана всех возможных размерностей от 1 до p .

Далее K — алгебраически замкнутое поле характеристики $p > 2$, $G = C_r(K)$, ω_i , $1 \leq i \leq r$ — фундаментальные веса группы G .

Теорема 1. Пусть φ — p -ограниченное неприводимое представление группы G со старшим весом $\sum_{i=1}^r a_i \omega_i$, $\sum_{i=1}^r a_i \geq p$, k — целое положительное число. Предположим, что выполняется одно из следующих условий:

- 1) $r > \frac{5k+6}{2}$, $a_r \neq p-1$, $\sum_{i=1}^{r-2} a_i \geq p-1$ и существуют k индексов $i_1, \dots, i_k$ таких, что $a_{i_j} < p-1$, $1 \leq j \leq k$, $i_1 < \dots < i_k < r-1$, $i_s - i_{s-1} > 1$;
- 2) $r > 2k+4$, $a_{r-1} \neq p-1$, $\sum_{i=1}^{r-4} a_i < p-1$.

Пусть $u \in G$ — унипотентный элемент, который в стандартном G -модуле имеет $2k+1$ блоков Жордана размерности 2 и остальные блоки размерности 1. Тогда элемент $\varphi(u)$ имеет блоки всех размерностей от 1 до p .

Теорема 2. Пусть φ — p -ограниченное неприводимое представление группы G со старшим весом $\sum_{i=1}^r a_i \omega_i$, $a_1 + 2\sum_{i=2}^r a_i \geq p$, k — целое положительное число. Предположим, что $r > \frac{5k+4}{2}$ и существуют k индексов $i_1, \dots, i_k$ таких, что $a_{i_j} < p-1$, $1 \leq j \leq k$, $i_1 < \dots < i_k < r$, $i_s - i_{s-1} > 1$. Пусть $u \in G$ — унипотентный элемент, который в стандартном G -модуле имеет $2k$ блоков Жордана размерности 2 и остальные блоки размерности 1. Тогда элемент $\varphi(u)$ имеет блоки всех размерностей от 1 до p .

Для групп типа A_r и произвольного p аналогичные результаты получены в [1]. Известно, что образы всех элементов порядка p имеют только блоки размерности p , если все $a_i = p-1$. Информация о поведении отдельных элементов может быть использована для решения задач распознавания представлений и линейных групп по наличию в них матриц с определенной блочной структурой.

Исследования второго автора поддержаны Институтом математики НАН Беларуси в рамках Государственной программы фундаментальных исследований "Математические модели".

Литература

1. М.В. Величко, И. Д. Супруненко Малые квадратичные элементы в представлениях специальной линейной группы с большими старшими весами. // Записки научных семинаров ПОМИ. 2007. Т. 343 С. 84–120.