

Отметим, что на данный момент, кроме асимметрических сильных циклов, нам не известно никаких других (L, R) -сильных орграфов, которые бы не были локально сильными. В связи с этим сформулируем следующую гипотезу:

Гипотеза. Всякий (L, R) -сильный орграф, полустепени исхода и захода каждой вершины которого не меньше двух, является локально сильным.

5. ЦИКЛИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА

В [4] доказано, что связный локально связный граф H порядка $p \geq 3$ с $\Delta(H) \leq 4$ либо гамильтонов, либо изоморфен $K_{1,1,3}$. Пусть G – асимметрический орграф. Степенью вершины v в таком орграфе называется число $\deg v = \text{od}(v) + \text{id}(v)$. Обозначим через $\Delta(G)$ наибольшую степень вершины в асимметрическом орграфе G .

Теорема 5. Пусть G – сильный локально связный асимметрический орграф порядка $p \geq 3$ и $\Delta(G) \leq 4$. Тогда G есть единственная асимметрическая ориентация либо графа C_5^2 , либо графа C_6^2 .

Литература

1. Лекции по теории графов / В. А. Емеличев [и др.]. // М.: Наука, 1990. 384 с.
2. Chen Z. On locally n -(arc)-strong digraphs // Ars Comb. 1994. V. 38. P. 27–31.
3. Chen Z. Local connectedness of digraphs // Graph theory, combinatorics, algorithms and applications. Vol. 1. Proc. of the seventh quadrennial international conference on the theory and applications of graphs, Kalamazoo, MI, USA, June 1–5, 1992. New York, NY: Wiley. P. 195–200. 1995.
4. Chartrand G. Pippert R. Locally connected graphs // Čas. Pěst. Mat. 1974. V. 99. P. 158–163.
5. Plesnik J. The NP-completeness of the Hamiltonian cycle problem in planar digraphs with degree bound two // Inf. Process. Lett. 1979. V. 8. P. 199–201.

РАЗРАБОТКА И ИССЛЕДОВАНИЕ МОДЕЛЕЙ РАСПОЗНАВАНИЯ, ОСНОВАННЫХ НА ПРИНЦИПЕ ПОДОБИЯ, И ИХ ПРАКТИЧЕСКОЕ ПРИМЕНЕНИЕ

С. В. Силаев

В большинстве прикладных задач многие характеристики объектов реального мира достаточно просто описываются количественными характеристиками. Измерять степень сходства таких объектов по их исходным численным характеристикам существенно проще, чем формировать признаковые описания. Например, такие сложные объекты как гра-

фические изображения, временные ряды или первичные структуры белков естественнее сравнивать непосредственно друг с другом путем некоторого «наложения с выравниванием» [1, 2].

Исторически сложилось, что для формализации понятия «сходства» вводится функция расстояния в пространстве объектов X . Целью данной работы является формализация понятия «сходства» путем введения функции подобия, оценка возможности ее практического применения для алгоритмов распознавания образов и сравнение характеристик полученных алгоритмов с существующими метрическими аналогами [3].

Пусть X – некоторое n -мерное пространство векторов $x = (x_1, x_1, \dots, x_n)$. При этом каждая i -я координата $x_i \in X_i$, где X_i – некоторое n_i -мерное пространство (в тривиальном случае $\forall i = 1..n : X_i = R^1$).

Функцией подобия, заданной на множестве X , назовем отображение $\mu : X \times X \rightarrow R$, сопоставляющее каждой паре $(a, b) \in X \times X$ вещественное число $\mu(a, b)$, удовлетворяющее следующим аксиомам:

- 1) $\mu(a, b) = 1$ тогда и только тогда, когда $a \equiv b$;
- 2) $\mu(a, b) = 1 / \mu(b, a)$;
- 3) $\mu(a, b) \geq \mu(a, c) * \mu(c, b)$.

Симметричной функцией подобия, заданной на множестве X , назовем отображение $\mu : X \times X \rightarrow (0, 1]$, сопоставляющее каждой паре $(a, b) \in X \times X$ вещественное число $\mu(a, b)$, удовлетворяющее следующим аксиомам:

- 1) $\mu(a, b) = 1$ тогда и только тогда, когда $a \equiv b$, $\mu(a, b) \in (0, 1]$;
- 2) $\mu(a, b) = \mu(b, a)$;
- 3) $\mu(a, b) \geq \mu(a, c) * \mu(c, b)$.

Теорема 1. Пусть X – некоторое n -мерное пространство векторов $x = (x_1, x_1, \dots, x_n)$. При этом каждая i -я координата $x_i \in X_i$, где X_i – некоторое n_i -мерное пространство. Тогда симметричную функцию псевдоподобия можно задать следующим образом:

$$\mu(a, b) = g(h(f_1(a_1), f_1(b_1)), h(f_2(a_2), f_2(b_2)), \dots, h(f_n(a_n), f_n(b_n))), \quad (1)$$

$$\text{где } f_i : X_i \rightarrow R^+ / \{0\}, \quad h(a, b) = \min(a / b, b / a), \quad g(c_1, c_2, \dots, c_n) = \prod_{i=1}^n c_i.$$

Пример 1:

$$X = (R^+ / \{0\})^n, \quad \mu(a, b) = \prod_{i=1}^n \min(a_i / b_i, b_i / a_i). \quad (2)$$

Пример 2:

$$X = R^n,$$

$$\mu(a, b) = \prod_{i=1}^n \min(e^{a_i} / e^{b_i}, e^{b_i} / e^{a_i}) = e^{\sum_{i=1}^n \min(a_i - b_i, b_i - a_i)}. \quad (3)$$

Теорема 2. Пусть $\mu_1(a, b)$ и $\mu_2(a, b)$ – две симметричные функции подобия, заданные на множестве X . Тогда $\mu_3(a, b) = \mu_1(a, b) * \mu_2(a, b)$ и $\mu_4(a, b) = \mu_1(a, b) * \mu_2(a, b)$ так же будут являться симметричными функциями подобия.

НЕКОТОРЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СИММЕТРИЧНОЙ ФУНКЦИИ ПОДОБИЯ

Сравним значения Евклидовой метрики [1, 2] и симметричной функции подобия (2):

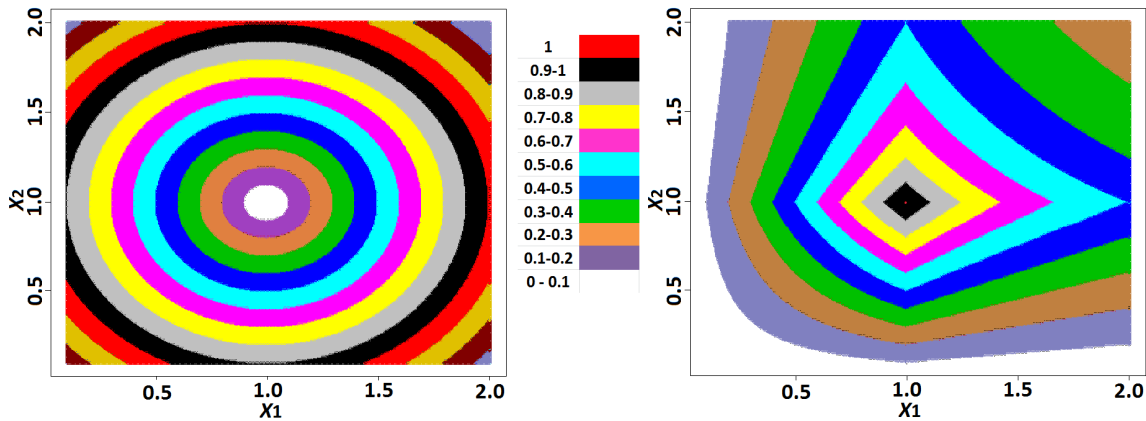


Рис. 1. Карты значений двух метрик

$X = (0,2] \times (0,2]$, $z = (1,1)$. На рис. 1 левый график отражает величину значения Евклидовой метрики $\rho(x, z)$, а правый величину значения симметричной функции подобия (2).

ОБ ОДНОМ АЛГОРИТМЕ КЛАССИФИКАЦИИ, ОСНОВАННОМ НА СИММЕТРИЧНОЙ ФУНКЦИИ ПОДОБИЯ

Алгоритм классификации, основанный на симметричной функции подобия: пусть на множестве объектов X задана симметричная функция подобия $\mu : X \times X \rightarrow (0,1]$. Существует целевая зависимость $y^* : X \rightarrow Y$, значения которой известны только на некотором конечном множестве

объектов $X^l = (x_i, y_i)_{i=1}^l, y_i = y^*(x_i)$, именуемом обучающей выборкой. Множество Y конечно. Требуется построить алгоритм классификации $A: X \rightarrow Y$, наиболее точно аппроксимирующий целевую зависимость $y^*(x)$ на всем множестве X .

Шаг 1: для объекта $z \in X$ расположим объекты обучающей выборки x_1, \dots, x_l в порядке убывания величины их степени подобия к объекту z :

$$1 \geq \mu(x_z^{(1)}, z) \geq \mu(x_z^{(2)}, z) \geq \dots \geq \mu(x_z^{(l)}, z) > 0, \quad (4)$$

где $x_z^{(i)}$ – i -й по величине степени подобия объект по отношению к объекту z . Таким образом, любой объект $z \in X$ порождает свою перенумерацию обучающей выборки.

Шаг 2: алгоритм относит объект z к тому классу $y \in Y$, для которого суммарное подобие k наиболее подобных обучающих объектов $S_y(z, X^l, k)$ максимально:

$$a(z, X^l, k) = \arg \max_{y \in Y} S_y(z, X^l, k), \quad (5)$$

$$S_y(z, X^l, k) = \sum_{i=1}^k [y_z^{(i)} = y] w(i, x_z^{(i)}, z), \quad (6)$$

где функция $w(i, x_z^{(i)}, z)$ задает степень важности $x_z^{(i)}$ при классификации объекта z .

$$\text{Функция [логическое выражение]} = \begin{cases} 1, & \text{если выражение истинно} \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}. \quad (7)$$

СРАВНЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ АЛГОРИТМА, ОСНОВАННОГО НА СИММЕТРИЧНОЙ ФУНКЦИИ ПОДОБИЯ И АЛГОРИТМА К БЛИЖАЙШИХ СОСЕДЕЙ

В качестве примера сравним эффективность применения метода k ближайших соседей и описанного ранее алгоритма на базе данных MAGIC Gamma Telescope Data Set. Под эффективностью будем понимать среднюю величину ошибки при кросс-валидации с разделением на 5 частей.

Как видно на графике, в данном эксперименте метод ближайшего соседа (линия а) показал себя значительно хуже, чем алгоритм, основанный на симметричной функции подобия (линия б).

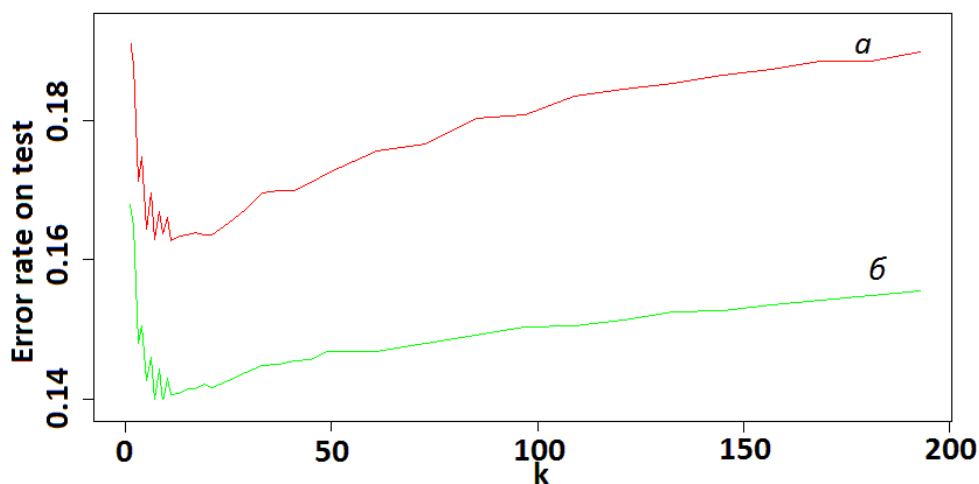


Рис. 2. Величина ошибки при различных значениях параметра k

Отметим, что эффективность применения описанного алгоритма напрямую зависит от того, по какому принципу данные были изначально разделены на классы относительно значений их характеристик. В частности, описанный алгоритм может уступать метрическому, если при разделении на классы неявно использовался метрический алгоритм кластеризации. При этом алгоритм имеет только один настраиваемый параметр k , который настраивается методом скользящего контроля.

Литература

1. *Stuart Russell, Peter Norvig. Artificial Intelligence: A Modern Approach. -3rd ed. Pearson education, 2010.*
2. *Ian H. Witten. Data Mining: Practical Machine Learning Tools and Techniques. -3rd ed. Elsevier, 2010.*
3. *Гренандер У. Лекции по теории образов: Регулярные структуры. Пер. с англ. М.: Мир, 1983.*

ИССЛЕДОВАНИЕ АЛГОРИТМОВ ХЕДЖИРОВАНИЯ РИСКА НА ОСНОВЕ ПРОЦЕНТНЫХ СВОП-КОНТРАКТОВ

А. С. Стречко

ВВЕДЕНИЕ

Одним из основных производных финансовых инструментов хеджирования финансовых рисков является своп-контракт (своп). Различают такие виды свопов, как процентный своп, валютный своп, кредитный дефолтный своп.

Процентные свопы используются для решения следующих задач:

1. Хеджирование процентного риска: эмитенту облигаций, необходимо хеджировать процентный риск, преобразовав обязательство с фик-