

АЦЭНКА ЭФЕКТЫЎНАСЦІ МАДЭЛІ БЛЭКА-ЛІТЭРМАНА ПРЫ НАЯЎНАСЦІ НЕАДНАСТАЙНЫХ ЧАКАННЯЎ ІНВЕСТАРАЎ

А. А. Губін

Ва ўмовах міжнароднага дыверсіфікавання асабліва актуальнай робіцца задача ўліку неаднастайнасці чаканняў інвестараў адносна прыбытковасці актываў [2]. Дадзеную праблему нельга вырашыць у межах класічных падыходаў, заснаваных на мадэлях Марковіца, Тобіна і *SARPM* [1], якія мяркуюць, што ўсе інвестары маюць аднолькавыя чаканні адносна прыбытковасці і рызыкі актываў. Гэтыя меркаванні абумоўліваюць ідэнтычнасць структуры рызыкавай часткі партфеляў для ўсіх інвестараў і для рынку ўвогуле пры зададзенай бязрызыкавай стаўцы [1, 2]. На практыцы розныя інвестары могуць мець індывідуальныя ўяўленні адносна чаканай прыбытковасці і рызыкі актываў. Дадзеныя ўяўленні могуць істотна ўплываць на структуру партфеляў, пабудаваных у межах мадэлі Блэка–Літэрмана.

Мэтай артыкула ставіцца агляд мадэлі Блэка–Літэрмана і параўнанне вынікаў выкарыстання розных мадэлей для пабудовы аптымальных партфеляў актываў пры наяўнасці неаднастайнасці чаканняў інвестараў.

Мадэльныя меркаванні. Няхай A – чаканая інвестарам прыбытковасць, B – мадэльная прыбытковасць. У адпаведнасці з формулай Байеса [4]:

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)}, \quad (1)$$

такім чынам, правіла Байеса [4] дазваляе стварыць механізм для аб'яднання суб'ектыўных поглядаў інвестараў і рынкавых разлікаў. Няхай $r_t \in \mathcal{R}^n$ – вектар прыбытковасцей n актываў у перыядзе t ; $\Sigma \in \mathcal{R}^{n \times n}$ – каварыяцыйная матрыца прыбытковасцей актываў; $\Lambda = E\{r_{t+1} | I_t\} \in \mathcal{R}^n$ – умоўнае матэматычнае чаканне вектара прыбытковасцей, мяркуемых інвестарамі на аснове інфармацыі I_t ў перыядзе t ; $\Pi \in \mathcal{R}^n$ – вектар чаканых ў адпаведнасці з мадэллю *SARPM* [1] прыбытковасцей, што значыць $\Pi = \beta w'_{m,t} r_t$, дзе $w_{m,t} \in \mathcal{R}^n$ апісвае структуру рынкавага партфеля ў перыядзе разгляду, а $\beta \in \mathcal{R}^n$ – вектар адпаведных бэта-каэфіцыентаў [1]. Меркаванне 1 мадэлі Блэка–Літэрмана прыведзена ніжэй.

Меркаванне 1. Для ўмоўнай шчыльнасці размеркавання вектара Λ чаканых інвестарам прыбытковасцей пры зададзеным вектары раўнаважкіх рынкавых прыбытковасцей Π справядліва формула Байеса, што значыць:

$$p(\Lambda | \Pi) = \frac{p(\Pi | \Lambda)p(\Lambda)}{p(\Pi)}. \quad (2)$$

Прымаецца, што апрыйёрныя меркаванні наконт функцыі шчыльнасці размеркавання $P(\Lambda)$ маюць форму k лінейных абмежаванняў (поглядаў) на вектар з n чаканых прыбытковасцей Λ , такім чынам, што яны апісваюцца матрыцай $P \in \mathbb{R}^{k \times n}$, якая задавальняе наступным суадносінам:

$$P\Lambda = Q + \varepsilon, \quad (3)$$

дзе $Q \in \mathbb{R}^k$ – зафіксаваны вектар меркаванняў інвестараў; $\varepsilon \in \mathbb{R}^k$ – вектар памылак меркаванняў інвестараў, размеркаваны шматмерна нармальна з матэматычным чаканнем у выглядзе нулявога вектара і дыяганальнай каварыяцыйнай матрыцай $\Omega \in \mathbb{R}^{k \times k}$, чыя дыяганальнасць азначае папарную незалежнасць памылак, уваходзячых у вектар ε . У сімвальнай форме вышэйапісанае фіксуецца наступным чынам: $\varepsilon \sim N_k(0, \Omega)$. Адносна размеркавання вектара $P\Lambda$ задаецца меркаванне 2 мадэлі Блэка–Літэрмана.

Меркаванне 2. Размеркаванне вектара поглядаў інвестараў $P\Lambda$ адносна прыбытковасцей актываў з'яўляецца шматмерным нармальным з параметрамі Q і Ω , што азначае:

$$P\Lambda \sim N_k(Q, \Omega). \quad (4)$$

Існаванне вектара памылак ε дэманструе наяўнасць няпэўных поглядаў, а тое, што яны размеркаваны шматмерна нармальна з дыяганальнай матрыцай каварыяцыі Ω , паказвае, што погляды інвестараў незалежныя адзін ад другога. Калі дыяганальныя элементы Ω імкнуцца да нуля, то адпаведна і няпэўнасць поглядаў адсутнічае, то бок $P\Lambda = Q$. Павінна быць заўважана тое, што параметры P , Ω і Q задаюцца экзагенна інвестарам.

Меркаванне 3. Умоўнае размеркаванне імавернасці вектара Π чаканых раўнаважкіх рынкавых прыбытковасцей пры зададзеных меркаваннях інвестара Λ з'яўляецца шматмерным нармальным з параметрамі Λ і $\tau\Sigma$, што азначае:

$$\Pi | \Lambda \sim N_n(\Lambda, \tau\Sigma), \quad (5)$$

дзе $\Sigma \in \mathbb{R}^{n \times n}$ – каварыяцыйная матрыца прыбытковасцей, а τ – скалярны множнік, які задаецца інвестарам і ўяўляе вагавы каэфіцыент матрыцы каварыяцыі. Той факт, што $\Lambda = E\{\Pi | \Lambda\} = E\{r_{t+1} | I_t\}$ адлюстроўвае тое, што ў свеце меркаванняў *SAPM* інвестары маюць гамагенныя адносна рынку погляды [1, 2].

Прывядзем цяпер фармуляванне задачы пабудовы аптымальнага партфеля структуры $x \in \mathbb{R}^n$ паводле мадэлі Блэка–Літэрмана:

$$M = [(\tau\Sigma)^{-1} + P'\Omega^{-1}P]^{-1}[(\tau\Sigma)^{-1}\Pi + P'\Omega^{-1}Q], \quad (6)$$

$$x = (\lambda\Sigma)^{-1} M, \quad (7)$$

дзе $\Pi \in \mathcal{R}^n$ – вектар чаканых раўнаважкіх прыбытковасцей, які базуецца на прагнозе паводле *SARPM* [1]; $M = E\{\Lambda | \Pi\} \in \mathcal{R}^n$ – матэматычнае чаканне апастэрыёрнага камбінаванага вектара прыбытковасцей; λ – каэфіцыент адваржэння рызыкі [2, 3]; $P \in \mathcal{R}^{k \times n}$ – матрыца суадносін актываў, уваходзячых у погляды; $\Omega \in \mathcal{R}^{k \times k}$ – дыяганальная каварыяцыйная матрыца памылак умоў, выказаных поглядаў; $Q \in \mathcal{R}^k$ – вектар поглядаў, які задаецца экзагенна інвестарам у залежнасці ад яго меркаванняў ці ў адпаведнасці з пэўнай матэматычнай мадэллю.

Прапанова 1. Аптымальнае значэнне вектара Λ мінімізуе дысперсію вакол раўнаважкіх прыбытковасцей Π і мае выгляд:

$$\Lambda = \Pi + \Sigma^{-1} P' (P \Sigma^{-1} P')^{-1} (Q - P\Pi). \quad (8)$$

Заўвага 1. Адсутнасць апрыёрных меркаванняў, эквівалентна таму што $P = 0$, вядзе да супадзення меркаваных прыбытковасцей з рынкавымі:

$$\Lambda = \Pi + \Sigma^{-1} P' (P \Sigma^{-1} P')^{-1} (Q - P\Pi) = \Pi. \quad (9)$$

Разгледзім цяпер больш агульны выпадак, калі апрыёрныя меркаванні на конт чаканых прыбытковасцей маюць вызначаную ступень няпэўнасці.

Прапанова 2. Апастэрыёрная функцыя шчыльнасці размеркавання імавернасці $p(\Lambda | \Pi)$ з'яўляецца функцыяй шчыльнасці шматмернага нармальнага закону $N_n(M, \Psi)$, дзе

$$M = [(\tau\Sigma)^{-1} + P'\Omega^{-1}P]^{-1}[(\tau\Sigma)^{-1}\Pi + P'\Omega^{-1}Q] \quad (10)$$

$$\Psi = [(\tau\Sigma)^{-1} + P'\Omega^{-1}P]^{-1} \quad (11)$$

Заўвага 2. Умоўнае матэматычнае чаканне вектара Λ чаканых інвестарам прыбытковасцей пры зададзеным вектары раўнаважкіх рынкавых прыбытковасцей Π можа быць прадстаўлена ў выглядзе:

$$M = [(\tau\Sigma)^{-1} + P'\Omega^{-1}P]^{-1}[(\tau\Sigma)^{-1}\Pi + (P'\Omega^{-1}P)\hat{E}_t\{r_{t+1}\}], \quad (12)$$

дзе $\hat{E}_t\{r_{t+1}\}$ ацэнка Λ па метада найменшых квадратаў.

Разгледзім пабудову партфеляў паводле мадэляў Марковіца [1], Тобіна [1] і Блэка–Літэрмана на індэксах DAX, S&P, NIKKEI і HANG SENG у перыяд з 09.07.2012 па 09.05.2013 з тэрмінам назірання і інвеставання – адзін тыдзень. У табліцы ніжэй прывядзеныя вынікі эксперыменту, у якім было здзейснена параўнанне розных падыходаў да

дыверсіфікавання. Даследаванне было праведзена пры дапамозе распрацаванага аўтарам дастасавання, апісанага ў [5].

Табліца 1. Параўноўчая характарыстыка партфеляў, пабудаваных паводле разнастайных падыходаў дыверсіфікавання.

Індэкс	Блэк-Літэrm.	Блэк-Літэrm. 100% уп.	Марк.	Тобін	CAPM прыб.	Бэта	Сапр. прыб.	JB р-знач.
HANG SENG	0.2459	-1.2970	0.2340	0.0990	0.0040	0.6550	0.0030	0.5830
Nikkei	0.4136	1.9565	0.2340	0.3600	0.0060	1.3950	0.0200	0.3810
S&P	0.3504	0.3504	0.3390	0.1340	0.0050	0.8720	0.0160	0.6290
DAX	0.3240	1.8596	0.1930	0.2710	0.0060	1.1660	0.0200	0.4350
Безрызык. актыў	-0.3338	-1.8695	0.0000	0.1360	-	-	0.0016	-
Прыб. партфеля	0.0271	0.0193	0.0050	0.0050				
Валац. партфеля	0.0329	0.0578	0.0116	0.0121				
Прэмія за рызыку	0.7747	0.3063	0.2903	0.2786				
Сапр. прыб. партфеля	0.0205	0.0750	0.0147	0.0153				

Выкарыстанне мадэлі Блэка–Літэрмана дазваляе значна павялічыць прэмію за рызыку: партфель, пабудаваны паводле мадэлі Блэка–Літэрмана з зададзенай упэўненасцю ў поглядах пры $\tau = 10$, з’яўляецца самым прывабным для інвеставання паводле індэкса Шарпа. Адзначым, што сапраўдныя прыбытковасці партфеляў, пабудаваных намі пад час даследавання складаюць 2.05 %, 7.50 %, 1.47 % і 1.53 % за тыдзень для партфеляў паводле Блэка–Літэрмана з $\tau = 10$, Блэка–Літэрмана са 100 % упэўненасцю, Марковіца і Тобіна адпаведна. Вынікі даследавання якасна падкрэсліваюць эфектыўнасць мадэлі Блэка–Літэрмана пры наяўнасці неаднастайных чаканняў інвестараў.

Літаратура

1. Малюгин В. И. Рынок ценных бумаг. Количественные методы анализа, М.: Дело, 2003.
2. Black F and R Litterman. Global Portfolio Optimization, FAJ (09), P. 28–43. 1992.
3. Walters J. The Black-Litterman Model: A Detailed Exploration, CFA, 2008.
4. Харин Ю.С. Теория вероятностей, математическая и прикладная статистика: учебник / Ю. С. Харин, Н. М. Зуев, Е. Е. Жук. Минск: БГУ. 2011.
5. Губін А. А. Распрацоўка шматфункцыянальнага праграмнага прадукту для аптымальнага партфельнага інвеставання // Проблемы прогнозирования и государственного регулирования социально-экономического развития: Мат. XIII МНК, 25–26 окт. 2012 г., г. Минск. Мн.: НИЭИ, 2012 Т.2. С. 217–219.

АНАЛИЗ КРЕДИТОСПОСБНОСТИ КОМПАНИЙ НА ОСНОВЕ ЛОГИТ-МОДЕЛИ ПО ПАНЕЛЬНЫМ ДАННЫМ

О. В. Гугля, В. И. Малюгин

ВВЕДЕНИЕ

Основным условием эффективной деятельности коммерческих банков на рынке кредитных услуг является применение методов и моделей